

Zadanie 23. (kropki)

Z kranu do szklanki kapą krople wody.



Maciek mierzył zależność wysokości słupa wody powstałego z kropli wpadających do szklanki od czasu ich wpadania. Wyniki pomiarów zamieścił w tabelce:

Czas [min]	0	4	8	10	12	16	20
Wysokość słupa wody [cm]	0	1,5	3,0	3,9	4,5	6,0	7,2

Maciek ocenił dokładność pomiaru czasu na 0,5 minuty, a dokładność pomiaru wysokości słupa wody na 2 mm.

Zadanie 23.1. (4 pkt)

Narysuj wykres zależności wysokości słupa wody w szklance od czasu wpadania kropli. W tym celu oznacz i wyskaluj osie, zaznacz punkty pomiarowe, nanieś niepewności i wykreśl prawidłową krzywą.

Zadanie 23.2. (4 pkt)

Przeanalizuj otrzymany wykres i wykonaj następujące polecenia:

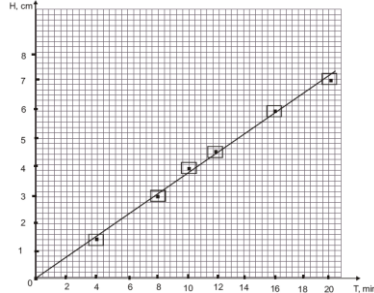
- Przedstaw równaniem otrzymaną na wykresie zależność wysokości słupa wody od czasu $h(t)$.
- Oblicz tangens kąta nachylenia otrzymanego wykresu $h(t)$. Określ, jakiej wielkości fizycznej odpowiada ten tangens.
- Napisz, jakim ruchem podnosił się poziom wody w szklance.

Zadanie 23.3. (4 pkt)

Korzystając z wykresu, wyznacz ciśnienie hydrostatyczne wywierane przez słup wody na dno szklanki po 14 minutach kapania kropli. Gęstość wody wynosi 1000 kg/m^3 .

Odp.

zadanie 23.1.



zadanie 23.2.

- Po analizie wykresu stwierdzamy, że wysokość słupa wody w szklance jest liniową funkcją czasu kapania kropli; można to zapisać posługując się matematyczną zależnością:

$$h = A \cdot t, \text{ gdzie } A \text{ jest współczynnikiem kierunkowym prostej.}$$

- Współczynnik kierunkowy otrzymanej prostej możemy obliczyć korzystając z zależności:

$$A = \frac{h}{t} = \frac{4,5 \text{ cm}}{12 \text{ min}} = 0,38 \text{ cm/min}$$

Jest on równy szybkości podnoszenia się wody w szklance podczas kapania kropli.

- Woda w szklance podnosiła się ruchem jednostajnym.

zadanie 23.3.

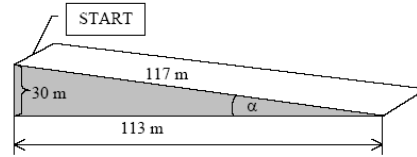
Obliczamy ciśnienie wody na dno szklanki:

$$p = \frac{P}{S} = \frac{mg}{S} = \frac{d_g V}{S} = \frac{d_g h S}{S} = d_g h$$

odczytujemy z wykresu wysokość słupa wody po czasie 14 min - $h = 5,2 \text{ cm} = 0,052 \text{ m}$; obliczamy ciśnienie $p = 520 \text{ Pa}$.

Zadanie 21. Stok narciarski

Grupa narciarzy postanowiła wyznaczyć współczynnik tarcia nart o śnieg. Rysunek 1. pokazuje nam profil stoku narciarskiego.



Rysunek 1.

Na całym stoku zjazdowym uczniowie co jeden metr wbijali proste kijki. Okazało się, że stok miał 117 metrów długości. Z tablicy informacyjnej uczniowie odczytali, że wysokość stoku wynosi 30 metrów, licząc od poziomej płaszczyzny znajdującej się pod stokiem.

Wszyscy uczniowie dokładnie zsynchronizowali zegarki. Następnie jeden z nich zaczął zjeżdżać z góry, z miejsca oznaczonego jako START (tak jak na rysunku). Całkowita masa zjeżdżającego narciarza wynosiła 60 kg. W momencie rozpoczęcia zjazdu koledzy narciarza zaczęli mierzyć czas. Zadaniem każdego z mierzących czas było określenie położenia narciarza po upływie kolejnych sekund ruchu. Po przeprowadzeniu eksperymentu uczniowie zebrali wyniki w tabeli nr 1.

t[s]	0	2	4	6	8	10	12
S[m]	0	2	8	19	33	52	75

Tabela nr 1

21.1 (4 pkt)

Na podstawie tabeli nr 1 sporządź wykres zależności drogi od czasu dla zjeżdżającego narciarza. Na wykresie zaznacz niepewności pomiarowe (przyjmij $\Delta S = 2 \text{ m}$, $\Delta t = 0,2 \text{ s}$).

Istnieje uzasadnione przypuszczenie, że ruch narciarza na stoku był ruchem jednostajnie przyspieszonym. Uczniowie postanowili to sprawdzić.

21.2 (2 pkt)

Wykaż, że, jeżeli narciarz zjeżdża ruchem jednostajnie przyspieszonym, to w układzie współrzędnych $y = s$, $x = t^2$ wykresem drogi od kwadratu czasu będzie linia prosta o równaniu $y = \frac{a}{2} x$.

21.3 (1 pkt)

Uzupełnij tabelkę nr 2 dla pierwszych 10 sekund zjazdu.

t[s]	0	2	4	6	8	10
s[m]	0	2	8	19	33	52
t ² [s ²]						

Tabela nr 2

21.4 (3 pkt)

Korzystając z danych zawartych w tabeli nr 2, sporządź wykres zależności drogi przebytej przez narciarza od kwadratu czasu.

21.5 (3 pkt)

Wykaż na podstawie narysowanego wykresu, że przyspieszenie, z jakim zjeżdża narciarz, jest równe około 1 m/s^2 .

21.6 (3 pkt)

Zakładając, że przyspieszenie można obliczyć za pomocą wzoru $a = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$, oraz korzystając z wyników otrzymanych w poprzednich punktach i informacji na temat nachylenia stoku (rys. 1.), oblicz, ile wynosi współczynnik tarcia nart o śnieg podczas zjazdu z tego stoku? Do wyliczeń przyjmij wartość przyspieszenia ziemskiego wynoszącą $9,81 \text{ m/s}^2$.

Przyjmij, że zjazd narciarza trwa 15,3 sekundy i odbywa się z przyspieszeniem o wartości 1 m/s^2 .

21.7 (1 pkt)

Oblicz, ile wynosi wartość prędkości narciarza u podstawy stoku?

21.8 (1 pkt)

Oblicz, ile wynosi energia kinetyczna narciarza u podstawy stoku?

21.9 (1 pkt)

Oblicz, ile wynosi energia potencjalna narciarza stojącego na szczycie stoku? Do obliczeń przyjmij wartość przyspieszenia ziemskiego równą $9,81 \text{ m/s}^2$.

21.10 (1 pkt)

Korzystając z zasady zachowania energii, oblicz, jaka ilość energii wydzielila się w postaci ciepła podczas zjazdu narciarza ze stoku?

Odp.

21.1 sporządzenie wykresu z zachowaniem odpowiedniej skali

1p – narysowanie osi układu wraz z jednostkami
1p – naniesienie punktów doświadczalnych
1p – zaznaczenie niepewności pomiarowych
1p – poprowadzenie odpowiedniej krzywej

21.2 przeprowadzenie dowodu

1p – zastosowanie wzoru $S = \frac{at^2}{2}$
1p – otrzymanie równania prostej

21.3 0, 4, 16, 36, 64, 100,

1p – poprawne uzupełnienie tabelki

21.4 sporządzenie wykresu z zachowaniem odpowiedniej skali

1p – narysowanie osi układu wraz z jednostkami
1p – naniesienie punktów doświadczalnych
1p – poprowadzenie odpowiedniej prostej

21.5 przeprowadzenie dowodu

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \beta & \approx \frac{1}{2} \left[\frac{m}{s^2} \right] \\ a & = 2 \operatorname{tg} \beta \\ a & = 1 \frac{m}{s^2} \end{aligned}$$

1p – wyznaczenie wartości współczynnika nachylenia prostej z wykresu otrzymanego w punkcie 21.4 (podanie wielkości bez jednostek jest poprawne)

1p – napisanie zależności $a = 2 \operatorname{tg} \beta$

1p – poprawny wynik liczbowy

21.6

$$\begin{aligned} \mu & = \frac{(g \sin \alpha) - a}{g \cos \alpha} \\ \sin \alpha & \approx 0,26 \\ \cos \alpha & \approx 0,97 \\ \mu & \approx 0,16 \end{aligned}$$

1p – przekształcenie wzoru i wyznaczenie współczynnika tarcia na symbolach

1p – wyznaczenie wartości $\sin \alpha$ i $\cos \alpha$

1p – poprawne wyliczenie wartości współczynnika tarcia

1p – poprawna wartość liczbową

21.7 $v = 15,3 \text{ m/s}$

1p – poprawna wartość liczbową (jeżeli zdający obliczył inną wartość prędkości, uznajemy inną obliczoną wartość energii kinetycznej)

21.8 $E_k = 7022,7 \text{ J}$

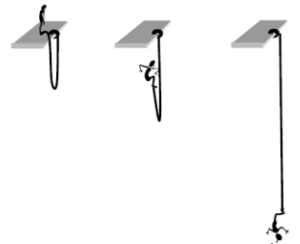
1p – poprawna wartość liczbową

21.9 $E_p = 17658 \text{ J}$

1p – zapis różnicy energii i obliczenie poprawnej wartości liczbowej (jeżeli zdający obliczył inną wartość energii kinetycznej uznajemy inną obliczoną wartość zmiany energii)

Zadanie 1. BUNGEE – czyli skoki na linie (12 pkt)

Skoki na linie zaczęły być popularne w różnych krajach w latach osiemdziesiątych ubiegłego wieku. Wykonując taki skok zawodnik przywiązuje do nóg sprężystą linę o długości D (zamocowaną drugim końcem do platformy startowej) i powoli przechylając się rozpoczyna swobodne spadanie w dół. Po wyprostowaniu linę zaczyna się rozciągać o długość x i hamuje ruch zawodnika.

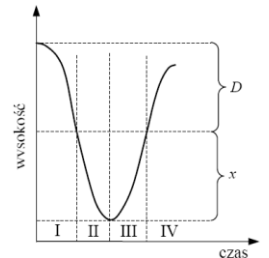


1.1 (2 pkt)

Zamieszczony poniżej wykres przedstawia uproszczoną zależność wysokości skoczka nad powierzchnią Ziemi od czasu, jaki upływa od początku skoku.

Przeanalizuj wykres oraz zjawisko spadania skoczka (działające siły) i zapisz w tabeli nazwę rodzaju ruchu (przyspieszony, opóźniony), jakim porusza się skoczek dla każdego etapu. Pomiń wzrost skoczka oraz ciężar lin.

Etap	Rodzaj ruchu
I	
II	
III	
IV	



1.2 (4 pkt)

Przed użyciem liny do skoków bungee, dokonano pomiarów zależności wydłużenia liny od wartości siły, z jaką ją rozciągano. Pomiarów dokonano z dokładnością: $\Delta F = \pm 50 \text{ N}$, $\Delta x = \pm 0,5 \text{ m}$. Wyniki zapisano w tabeli:

Siła F , N	550	650	900	1250	1850	2350
Wydłużenie x , m	4	5	7	10	14	18

Wykonaj na sąsiedniej stronie wykres zależności wartości siły rozciągającej linę od wydłużenia liny. W tym celu dobrać odpowiednio osie współrzędnych, skalę wielkości i jednostki, zaznaczyć punkty, nanieść niepewności pomiarowe i wykreśli linię ilustrującą tę zależność.

1.3 (2 pkt)

Wykaż, że średnia wartość współczynnika sprężystości badanej liny wynosi około 130 N/m . Swobodnie zwisająca lina, o współczynniku sprężystości równym 130 N/m , ma długość $D = 20 \text{ m}$. Człowiek o masie 65 kg , któremu zamocowano do nóg koniec liny pochyla się i spada z platformy startowej. Ciężar liny pomiń.

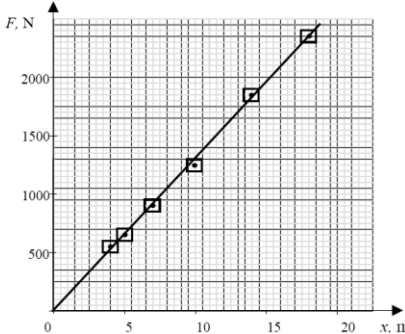
1.4 (2 pkt)

Oblicz wartość prędkości skoczka w momencie, kiedy lina jest wyprostowana, ale jeszcze nie napięta. Pomiń opory powietrza.

1.5 (2 pkt)

Wykaż, wykonując niezbędne obliczenia, że maksymalne wydłużenie liny podczas skoku wynosi około 20 m .

Odp.

1.1	<table><tr><th>Etap</th><th>Rodzaj ruchu</th></tr><tr><td>I</td><td>przyspieszony</td></tr><tr><td>II</td><td>opóźniony</td></tr><tr><td>III</td><td>przyspieszony</td></tr><tr><td>IV</td><td>opóźniony</td></tr></table>	Etap	Rodzaj ruchu	I	przyspieszony	II	opóźniony	III	przyspieszony	IV	opóźniony	2
	Etap	Rodzaj ruchu										
	I	przyspieszony										
	II	opóźniony										
	III	przyspieszony										
IV	opóźniony											
Cztery poprawne uzupełnienia tabeli – 2 p.												
Trzy poprawne uzupełnienia tabeli – 1p.												
Mniej niż trzy poprawne uzupełnienia tabeli – 0 p.												
1.2	Dobranie odpowiednio osi współrzędnych, skali wielkości i jednostek.	1										
	Poprawne naniesienie punktów pomiarowych na wykresie.	1										
	Zaznaczenie niepewności pomiarowych.	1										
	Narysowanie linii ilustrującej zależność.	1										
												
1.3	Dobranie metody wyznaczania współczynnika sprężystości: ➤ na podstawie nachylenia wykresu: $k = \frac{F}{x}$ lub ➤ w oparciu o dane podane w tabeli.	1										
	Obliczenie wartości współczynnika sprężystości liny $k \approx 130 \text{ N/m}$. Wartość współczynnika sprężystości może różnić się od 130 N/m ale musi wynikać z obliczeń.	1										
1.4	Zapisanie związku $\frac{mv^2}{2} = mgD$.	1										
	Obliczenie wartości prędkości $v = 20 \text{ m/s}$.	1										

1.5	Zapisanie związku $mgD + mgx = \frac{kx^2}{2}$.	1
	Podstawienie wartości $x = 20 \text{ m}$ i wykazanie, że wartość ta spełnia równanie $mgD + mgx = \frac{kx^2}{2}$.	1
	Zdający może rozwiązać równanie kwadratowe i obliczyć wartość $x = 20 \text{ m}$.	

Zadanie 26. (Rzut osobisty w koszykówce)

Koszykarz z NBA Michael Jordan ma wykonać rzut osobisty. Jego rzut rejestrują kamery wideo umieszczone w różnych punktach sali. Kamery umożliwiają określenie położenia i prędkości piłki w każdej chwili.

Koszykarz stanął w przepisowej odległości $l = 4,20 \text{ m}$ od kosza. Kamery zarejestrowały, że rzucił on piłkę znad głowy, czyli z wysokości $h_1 = 2,45 \text{ m}$, nadając jej prędkość początkową $v_0 = 7,0 \text{ m/s}$ pod kątem $\alpha = 45^\circ$ do pionu. W obliczeniach przyjmij wartość $g = 10 \text{ m/s}^2$.

26.1 (0-4 pkt)

Wyprowadź równanie toru piłki.

26.2 (0-7 pkt)

Czy piłka wpadnie do kosza? Wykonaj obliczenia, które uzasadnią Twoją odpowiedź.

Uwaga. Piłka wpadnie do kosza, jeśli jej środek znajdzie się w odległości nie większej niż 10 cm ($0,1 \text{ m}$) od środka kosza, a kąt pod jakim piłka wpada do kosza (kąt między kierunkiem prędkości a pionem w chwili wpadania do kosza) jest zawarty pomiędzy 0° a 60° . Wysokość kosza nad podłogą wynosi $3,05 \text{ m}$.

Jeśli z obliczeń wyszło Ci, że piłka wpadła do kosza, to podaj czas, po jakim piłka wpadła do kosza.

26.3 (0-4 pkt)

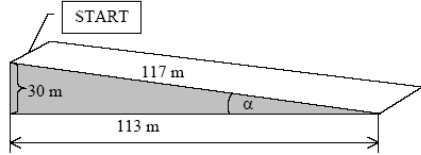
Oblicz maksymalną wysokość piłki nad podłogą.

Odp.

26.1	Rozłożenie prędkości v_0 na składowe: $v_{0x} = v_0 \cos 45^\circ = 4,95 \text{ m/s}$, $v_{0y} = v_0 \sin 45^\circ = 4,95 \text{ m/s}$.	1
	Obliczenie wartości prędkości na tym etapie nie jest konieczne.	
	Składowa ruchu wzdłuż poziomu: $x(t) = v_0 \cos 45^\circ t$.	1
26.2	Składowa ruchu wzdłuż pionu: $y(t) = 2,45 + v_0 \sin 45^\circ t - gt^2/2$.	1
	Eliminuje t , dostaje równanie toru: $y(x) = 2,45 + x \tan 45^\circ - gx^2/(2v_0^2 \cos^2 45^\circ)$.	1
	Uwaga. Można to zrobić w innym układzie odniesienia.	
26.3	Wstawiając $x = 4,2 \text{ m}$ znajdujemy $y = 3,05 \text{ m}$, a zatem tor środka piłki przechodzi przez środek kosza.	1
	Kąt, pod jakim wpada piłka do kosza, określony jest wzorem: $\tan \beta = -v_x/v_y$.	1
	$v_y = v_0 \sin 45^\circ - gt = -3,55 \text{ m/s}$	1
	$t = x/(v_0 \cos 45^\circ) = 4,2 \text{ m} / (4,95 \text{ m/s}) = 0,85 \text{ s}$. Jest to czas, po którym piłka wpadnie do kosza.	1
	$\tan \beta = 4,95/3,55 = 1,39$.	1
26.3	Kąty, pod którymi możliwe jest wejście piłki do kosza mają tangensy zawarte pomiędzy 0 a $\tan 60^\circ \approx 1,73$. Obliczony tangens kąta wpadania mieści się w danym zakresie. A zatem piłka wpadnie do kosza.	2
	Najwygodniej skorzystać z zasady zachowania energii, np. $mg h_1 + \frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_{\text{max}}^2 \cos^2 45^\circ}{2} + mg h_{\text{max}}$	2
	Wyznaczenie $h_{\text{max}} = h_1 + v_0^2(1 - \cos^2 45^\circ)/2g$	1
	Obliczenie wartości $h_{\text{max}} = 3,68 \text{ m}$	1

Zadanie 21. Stok narciarski

Grupa narciarzy postanowiła wyznaczyć współczynnik tarcia nart o śnieg. Rysunek 1. pokazuje nam profil stoku narciarskiego.



Rysunek 1.

Na całym stoku zjazdowym uczniowie co jeden metr wbijali proste kijki. Okazało się, że stok miał 117 metrów długości. Z tablicy informacyjnej uczniowie odczytali, że wysokość stoku wynosi 30 metrów, licząc od poziomej płaszczyzny znajdującej się pod stokiem.

Wszyscy uczniowie dokładnie zsynchronizowali zegarki. Następnie jeden z nich zaczął zjeżdżać z góry, z miejsca oznaczonego jako START (tak jak na rysunku). Całkowita masa zjeżdżającego narciarza wynosiła 60 kg. W momencie rozpoczęcia zjazdu koledzy narciarza zaczęli mierzyć czas. Zadaniem każdego z mierzących czas było określenie położenia narciarza po upływie kolejnych sekund ruchu. Po przeprowadzeniu eksperymentu uczniowie zebrali wyniki w tabeli nr 1.

t[s]	0	2	4	6	8	10	12
S[m]	0	2	8	19	33	52	75

Tabela nr 1

21.1 (4 pkt)

Na podstawie tabeli nr 1 sporządź wykres zależności drogi od czasu dla zjeżdżającego narciarza. Na wykresie zaznacz niepewności pomiarowe (przyjmij $\Delta S = 2\text{ m}$, $\Delta t = 0,2\text{ s}$).

Istnieje uzasadnione przypuszczenie, że ruch narciarza na stoku był ruchem jednostajnym przyspieszonym. Uczniowie postanowili to sprawdzić.

21.2 (2 pkt)

Wykaż, że, jeżeli narciarz zjeżdża ruchem jednostajnie przyspieszonym, to w układzie współrzędnych $y = s$, $x = t^2$ wykresem drogi od kwadratu czasu będzie linia prosta o równaniu $y = \frac{a}{2}x$.

21.3 (1 pkt)

Uzupełnij tabelkę nr 2 dla pierwszych 10 sekund zjazdu.

t[s]	0	2	4	6	8	10
s[m]	0	2	8	19	33	52
t ² [s ²]						

Tabela nr 2

21.4 (3 pkt)

Korzystając z danych zawartych w tabeli nr 2, sporządź wykres zależności drogi przebytej przez narciarza od kwadratu czasu.

21.5 (3 pkt)

Wykaż na podstawie narysowanego wykresu, że przyspieszenie, z jakim zjeżdża narciarz, jest równe około 1 m/s^2 .

21.6 (3 pkt)

Zakładając, że przyspieszenie można obliczyć za pomocą wzoru $a = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$, oraz korzystając z wyników otrzymanych w poprzednich punktach i informacji na temat nachylenia stoku (rys. 1.), oblicz, ile wynosi współczynnik tarcia nart o śnieg podczas zjazdu z tego stoku? Do wyliczeń przyjmij wartość przyspieszenia ziemskiego wynoszącą $9,81\text{ m/s}^2$.

Przyjmij, że zjazd narciarza trwa 15,3 sekundy i odbywa się z przyspieszeniem o wartości 1 m/s^2 .

21.7 (1 pkt)

Oblicz, ile wynosi wartość prędkości narciarza u podstawy stoku?

21.8 (1 pkt)

Oblicz, ile wynosi energia kinetyczna narciarza u podstawy stoku?

21.9 (1 pkt)

Oblicz, ile wynosi energia potencjalna narciarza stojącego na szczycie stoku? Do obliczeń przyjmij wartość przyspieszenia ziemskiego równą $9,81\text{ m/s}^2$.

21.10 (1 pkt)

Korzystając z zasady zachowania energii, oblicz, jaka ilość energii wydzielila się w postaci ciepła podczas zjazdu narciarza ze stoku?

Odp.

21.1 sporządzenie wykresu z zachowaniem odpowiedniej skali

1p – narysowanie osi układu wraz z jednostkami
1p – naniesienie punktów doświadczalnych
1p – zaznaczenie niepewności pomiarowych
1p – poprowadzenie odpowiedniej krzywej

21.2 przeprowadzenie dowodu

1p – zastosowanie wzoru $S = \frac{at^2}{2}$
1p – otrzymanie równania prostej

21.3 0, 4, 16, 36, 64, 100,

1p – poprawne uzupełnienie tabelki

21.4 sporządzenie wykresu z zachowaniem odpowiedniej skali

1p – narysowanie osi układu wraz z jednostkami
1p – naniesienie punktów doświadczalnych
1p – poprowadzenie odpowiedniej prostej

21.5 przeprowadzenie dowodu
 $\tan \beta = \frac{1}{2} \left[\frac{m}{s^2} \right]$
 $a = 2 \tan \beta$
 $a = \frac{m}{s^2}$

1p – wyznaczenie wartości współczynnika nachylenia prostej z wykresu otrzymanego w punkcie 21.4 (podanie wielkości bez jednostek jest poprawne)

1p – napisanie zależności $a = 2 \tan \beta$

1p – poprawny wynik liczbowy

21.6 $\mu = \frac{(g \sin \alpha) - a}{g \cos \alpha}$
 $\sin \alpha = 0,26$
 $\cos \alpha = 0,97$
 $\mu = 0,16$

1p – przekształcenie wzoru i wyznaczenie współczynnika tarcia na symbolach

1p – wyznaczenie wartości sinusa i cosusa

1p – poprawne wyliczenie wartości współczynnika tarcia

1p – poprawna wartość liczbową

21.7 $v = 15,3\text{ m/s}$

1p – poprawna wartość liczbową (jeżeli zdający obliczył inną wartość prędkości, uznajemy inną obliczoną wartość energii kinetycznej)

21.8 $E_k = 7022,7\text{ J}$

1p – poprawna wartość liczbową

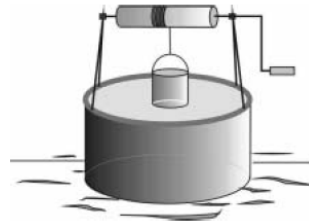
21.9 $E_p = 17658\text{ J}$

1p – zapis różnicy energii i obliczenie poprawnej wartości liczbowej (jeżeli zdający obliczył inną wartość energii kinetycznej uznajemy inną obliczoną wartość zmiany energii)

21.10 $\Delta U = E_p - E_k$
 $\Delta U = 10635,3\text{ J}$

Zadanie 28. Kolowrót (11 pkt)

Kolowrót w kształcie walca, którego masa wynosi 10 kg, zamocowany jest nad studnią (rys.).



Na kolowrocie nawinięta jest nieważka i nierozciągliwa linka, której górny koniec przymocowany jest do kolowrotu. Do dolnego końca linki przymocowano wiadro o masie 5 kg, służące do wyciągania wody ze studni.

28.1 (6 pkt)

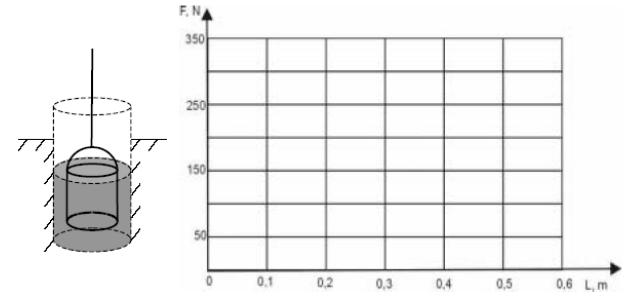
Pod wpływem ciężaru pustego wiadra linka rozwija się, powodując ruch obrotowy kolowrotu. Narysuj siły działające w tym układzie oraz oblicz przyspieszenie wiadra. Moment

bezwładności walca względem osi obrotu wyraża się wzorem: $I = \frac{1}{2}mr^2$. Pomiń wpływ sił oporu ruchu oraz korby z rączką na wartość przyspieszenia.



28.2 (3 pkt)

Po nabraniu wody, wiadro ze stanu pełnego zanurzenia (rys.), jest wyciągane ze studni ruchem jednostajnym. Narysuj wykres zależności wartości F siły naciągu linki od drogi L przebytej przez górny brzeg wiadra ponad lustrem wody w studni. Masa wiadra wypełnionego wodą jest równa 25 kg. Wiadro ma kształt walca o wysokości 0,4 m. Pomijamy objętość blachy, z której zrobione jest wiadro. Poziom wody w studni nie ulega zmianom. Przyjmij przyspieszenie ziemskie $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

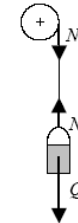


28.3 (2 pkt)

Wyjaśnij, dlaczego parcie wody na dno podczas wyciągania wiadra wypełnionego wodą ze studni ruchem przyspieszonym jest większe niż podczas wyciągania wiadra ruchem jednostajnym.

Odp.

Narysowanie sił działających na układ.



Zapisanie równania ruchu obrotowego kolowrotu.

$$Nr = \epsilon I$$

Wyznaczenie wartości naprężenia linki.

$$N = \frac{\epsilon mr^2}{2r} = \frac{r}{2} \frac{mr}{r} = \frac{1}{2}ma$$

Zapisanie zależności dla ruchu postępowego wiadra.

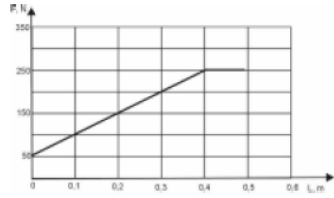
$$Q - N = Ma$$

Wyznaczenie wartości przyspieszenia wiadra.

$$a = \frac{2Mg}{2M + m}$$

Obliczenie wartości przyspieszenia wiadra.

$$a = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$



Zaznaczenie na wykresie wartości siły naciągu linki (50N) przy pełnym zanurzeniu wiadra.	1
Narysowanie liniowo rosnącej wartości siły naciągu linki od drogi L (do punktu 0,4 m).	1
Narysowanie siły naciągu linki w zależności od drogi L, jako funkcji stałej (od punktu 0,4 m). Uwaga: Zdający może narysować wykres wychodzący z punktu (0,0) zakładając, że masa wiadra jest równa zero. Musi to jednak wyraźnie zaznaczyć. Proponowana odpowiedź: Poruszające się ruchem zmiennym wiadro z wodą jest układem nieinercyjnym. W tym układzie działa jeszcze siła bezwładności, mająca ten sam zwrot co siła ciężkości. Siła parcia, będąca wypadkową tych sił, ma większą wartość niż podczas ruchu jednostajnego. Uwaga: Zdający może dokonać analizy ruchu wiadra w układzie inercyjnym.	1
Wskazanie dodatkowej siły działającej na wiadro spowodowanej jego przyspieszeniem.	1
Wyjaśnienie, że wartości siły bezwładności wody i siły ciężkości się sumują, dlatego siła parcia wody na dno ma większą wartość niż w ruchu jednostajnym.	1

22.1 (3 pkt)

Wykaż, analizując wykres, że masa pocisku jest równa 0,008 kg.

Odp.

Analizując wykres można zauważyć, że dla masy klocka równej 0, energia kinetyczna wahała z pociskiem jest równa 1000 J.

$$E_k = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow m = \frac{2E_k}{v^2}$$

$$m = \frac{2 \cdot 1000 \text{ J}}{\left(500 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}$$

$$m = 0,008 \text{ kg}$$

22.2 (3 pkt)

Oblicz wartość prędkości klocka z pociskiem bezpośrednio po zderzeniu w sytuacji, gdy masa klocka była 499 razy większa od masy pocisku.

Odp.

Korzystając z zasady zachowania pędu można zapisać

$$m_p v_p = (m_k + m_p) v_k$$

gdzie:

$$v_k = \frac{m_p v_p}{m_k + m_p}$$

v_p – wartość prędkości pocisku,

$$v_k = \frac{0,008 \text{ kg} \cdot 500 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{(499 + 1) \cdot 0,008 \text{ kg}}$$

v_k – wartość prędkości klocka,

m_p – masa pocisku,

m_k – masa klocka.

22.3 (4 pkt)

Oblicz, jaka powinna być masa klocka wahała, aby po wychyleniu z położenia równowagi wahała o 60° , zwolnieniu go, a następnie trafieniu pociskiem w chwili przechodzenia wahała przez położenie równowagi, wahało zatrzymało się w miejscu. Do obliczeń przyjmij, że masa pocisku wynosi 0,008 kg. W obliczeniach możesz skorzystać z podanych poniżej wartości funkcji trygonometrycznych.

$$\sin 30^\circ = \cos 60^\circ = \frac{1}{2} = 0,50 \quad \sin 60^\circ = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0,87$$

Odp.

Aby wahało zatrzymało się w miejscu wartości pędów pocisku i klocka muszą być równe.

$$m_p v_p = m_k v_k \Rightarrow m_k = \frac{m_p v_p}{v_k}$$

$$m_k = \frac{0,008 \text{ kg} \cdot 500 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{3,16 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

$$m_k \approx 1,27 \text{ kg}$$

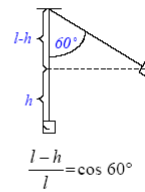
Korzystając z zasady zachowania energii

$$mgh = \frac{mv_k^2}{2}, \text{ zatem}$$

$$v_k = \sqrt{2gh}$$

$$v_k = \sqrt{2 \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,5 \text{ m}}$$

$$v_k \approx 3,16 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



$$\frac{l-h}{l} = \cos 60^\circ$$

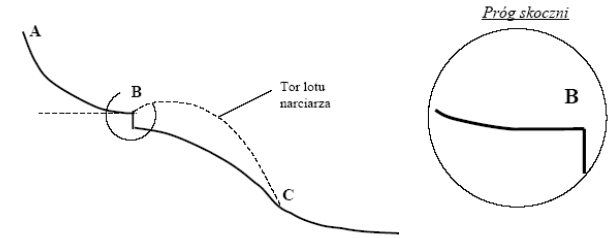
$$h = l(1 - \cos 60^\circ)$$

$$h = 1 \text{ m}(1 - 0,5)$$

$$h = 0,5 \text{ m}$$

Zadanie 24. Skocznia narciarska (6 pkt)

Poniższy rysunek przedstawia przekrój pewnej skoczni narciarskiej.



A, B, C na rysunku oznaczają: A – belka startowa, B – próg, C – miejsce lądowania.

Oto wielkości charakteryzujące skocznice oraz skok jaki oddał pewien narciarz:

- próg skoczni jest usytuowany poziomo
- wartość prędkości narciarza na pręgu (tuż przed odbiciem) wynosi $90 \frac{\text{km}}{\text{h}}$
- czas trwania odbicia narciarza od pręgu wynosi 0,3 s
- masa narciarza wynosi 60 kg

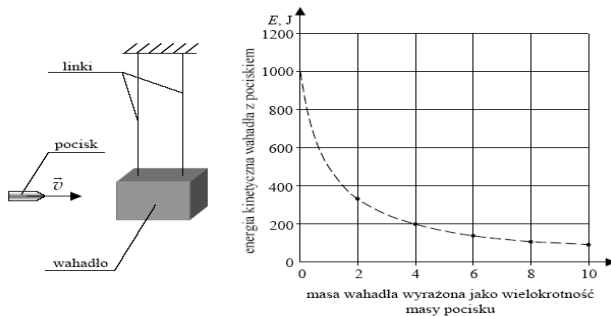
a) Tuż po odbiciu od pręgu zawodnik porusza się z prędkością, której wektor jest nachylony do poziomu pod kątem $\alpha = 10^\circ$ w górę. Oblicz wartość średniej siły nacisku skoczka na podłoże w czasie odbicia od pręgu. (5 pkt)

b) Poniższe rysunki przedstawiają różne możliwe usytuowanie podłoża na zeskoku skoczni narciarskiej. Napisz, który zeskok (A czy B) powinien być stosowany na wszystkich skoczniach. (1 pkt)



Odp.

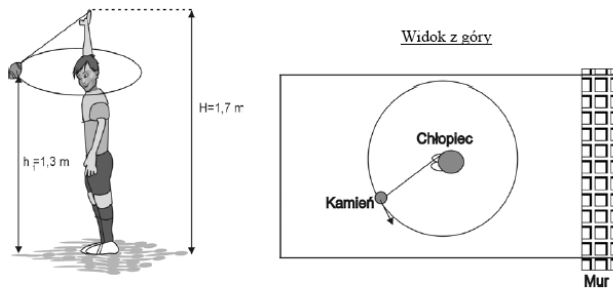
Zapisanie związku siły ze zmianą pędu. $\vec{R} - \vec{Q} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$ gdzie R jest reakcją podłoża i jej wartość jest równa wartości szukanej siły F, z jaką skoczek oddziałuje na próg skoczni podczas odbicia.	1	5	Równoważne rozwiązanie: $\vec{R} - \vec{Q} = m \cdot \vec{a}$ $\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$
Zapisanie wzoru na zmianę pędu. $\Delta p = m \cdot \Delta v = m \cdot v_y$ ponieważ $v_{y0} = 0$	1		
Wyznaczenie składowej pionowej prędkości tuż po odbiciu. $v_y = v_0 \cdot \tan \alpha$ gdzie v_0 jest prędkością skoczka na pręgu tuż przed odbiciem.	1		Składowa pionowa może mieć wyliczoną wartość lub zapisaną za pomocą wzoru.
Przekształcenie wzorów i obliczenie wartości siły odbicia narciarza od pręgu skoczni. $F = m \cdot g + \frac{m \cdot v_0 \cdot \tan \alpha}{\Delta t}$ $F \approx 1470 \text{ N}$	2		Dopuszczalne zaokrąglenia obliczonych wartości.
b) Wybór zeskoku B.	1		1



Zadanie 25. Chłopiec (11 pkt)

Chłopiec (rys.) wprawia w ruch po okręgu kamień o masie 0,4 kg zawieszony na sznurku o długości 1m. Płaszczyzna okręgu zataczanego przez kamień znajduje się na wysokości 1,3 m nad podłożem, a uniesiona pionowo ręka trzymająca sznurek 1,7 m nad podłożem.

Chłopiec (rys.) wprawia w ruch po okręgu kamień o masie 0,4 kg zawieszony na sznurku o długości 1m. Płaszczyzna okręgu zataczanego przez kamień znajduje się na wysokości 1,3 m nad podłożem, a uniesiona pionowo ręka trzymająca sznurek 1,7 m nad podłożem.



a) Oblicz pracę, jaką musi wykonać chłopiec, aby płaszczyzna obrotu kamienia znalazła się w odległości $h_2 = 1,5$ m od podłoża. Przyjmij, że zmiana wartości pracy, jaką wykonuje siła oporu powietrza jest do zaniedbania podczas zmiany płaszczyzny ruchu kamienia oraz, że niewielkie ruchy dłoni, jakie musi wykonać chłopiec, aby rozpedzić kamień, nie wpływają na wartość obliczanej pracy. (8 pkt)

b) W pewnej chwili płaszczyzna okręgu, w której poruszał się kamień, znajdowała się na wysokości 1,5 m od podłoża a kamień poruszał się z prędkością o wartości $7 \frac{m}{s}$. W pobliżu chłopca znajduje się ściana budynku (Mur na rys.). Oblicz, jaka może być najmniejsza odległość między chłopcem a ścianą, aby w przypadku zerwania się sznurka w momencie, gdy kierunek wektora prędkości kamienia jest prostopadły do ściany, kamień w nią nie uderzył. (3 pkt)

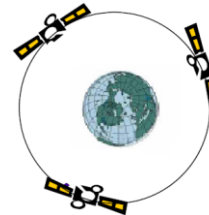
Odp.

a)	Zauważenie, że wykonana praca jest równa sumie zmiany energii potencjalnej i kinetycznej kamienia lub zmianie jego energii mechanicznej. $W = \Delta E_m$ lub $W = \Delta E_p + \Delta E_k$	1	8	Zdający może wyliczyć poszczególne wartości lub przekształcać wzory i policzyć szukaną wartość na końcu.
	Zapisanie wzoru na zmianę energii potencjalnej i kinetycznej. $\Delta E_p = m \cdot g \cdot (h_2 - h_1)$ $\Delta E_k = \frac{m \cdot v_2^2}{2} - \frac{m \cdot v_1^2}{2}$	1		
	Narysowanie rozkładu sił działających na kamień. Skorzystanie ze związku siły dośrodkowej z ciężarem kamienia, powiązanie sił Q i F_t z różnicą wysokości $(H-h)$ i długością sznurka w celu wyznaczenia prędkości kamienia. $\frac{F_t}{Q} = \frac{R}{H-h}$ oraz $v^2 = \frac{g \cdot (l^2 - (H-h)^2)}{H-h}$	2		
	Obliczenie pracy. $W \approx 6,1 J$	3		
b)	Zauważenie, że szukaną odległość jest równa zasięgowi rzutu poziomego z wysokości 1,5 m i zapisanie wzoru na zasięg. $d = v \cdot t$	1	3	Dopuszczalne zaokrąglenia obliczonych wartości.
	Wyznaczenie czasu trwania rzutu. $t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}}$	1		
	Obliczenie szukaną odległości. $d \approx 4 m$	1		

Zadanie 25. (10 pkt) SATELITY

Do celów telekomunikacji wykorzystywane są tzw. satelity geostacjonarne, które krążąc dookoła Ziemi pozornie „wiszą” nad wybranym punktem powierzchni Ziemi.

a) (2 pkt) Jakie muszą być okres i kierunek obiegu takiego satelity i jak musi być położona jego orbita w stosunku do równika?



b) (3 pkt) Wykaż, że jeżeli promień orbity takiego satelity wynosi 42 300 km, to prędkość z jaką krąży, wynosi około 3,08 km/s.

c) (3 pkt) W wyniku błędu obsługi inna firma ułokowała na takiej samej orbicie satelitę telekomunikacyjnego o masie dwa razy mniejszej i poruszającego się w przeciwną stronę. W wyniku zderzenia oba obiekty utworzyły jedną bryłę. Oblicz prędkość tej bryły tuż po zderzeniu.

d) (2 pkt) Dlaczego utworzona w wyniku zderzenia bryła nie może poruszać się po orbicie stacjonarnej? Czy prędkość, z jaką porusza się bryła, jest prędkością orbitalną dla orbity leżącej dalej czy bliżej Ziemi? Odpowiedzi uzasadnij.

Odp.

a)	Napisanie, że okres obiegu musi być równy okresowi obrotu Ziemi dookoła osi, kierunek obrotu zgodny z kierunkiem obrotu Ziemi, płaszczyzna orbity musi leżeć w płaszczyźnie równika. Za podanie 2 elementów – 1 p, za podanie tylko 1 elementu – 0 p.	2
	Zapisanie zależności promienia okręgu i okresu obiegu	1
	Podstawienie wartości liczbowych, w tym okresu obrotu Ziemi	1
	Obliczenie wartości prędkości liniowej $v \approx 3000$ m/s	1
b)	Ustalenie, że oba obiekty mają prędkość 3,08 km/s	1
	Zapisanie zasady zachowania pędu dla tego przypadku: $m v_1 - \frac{m}{2} v_1 = (\frac{3}{2} m) \cdot v$	1
	Obliczenie prędkości końcowej po zderzeniu $v = 1/3 v_1 \approx 1$ km/s	1
	Stwierdzenie, że na orbicie stacjonarnej prędkość musi wynosić około 3,08 km/s a bryła ma prędkość za małą.	1
d)	Skorzystanie ze wzoru na prędkość orbitalną i napisanie wniosku, że prędkość około 1 km/s jest prędkością orbitalną dla odległości od Ziemi większej niż dla orbity stacjonarnej.	1

Zadanie 24. Tarcie (7 pkt)

Grupa uczniów zmierzyła siłę potrzebną do ciągnięcia klocka o masie 100 gramów ruchem jednostajnym po chropowatej powierzchni, kładąc na klocek kolejne odważniki stugramowe wycechowane z dokładnością do 1 grama. Do pomiaru siły użyto siłomierza, w którym odległość między najbliższymi podziałkami wynosiła 0,25 N. Wyniki pomiarów zebrane są w tabeli:

Masa, g	100	200	300	400	500	600	700	800	1000
Siła nacisku, N									
Siła przy ruszaniu, N	0,5	1,0	1,8	2,0	2,8	3,6	4,0	4,5	5,5
Siła w ruchu jednostajnym, N	0,4	0,8	1,0	1,6	1,7	2,2	2,4	2,5	3,0

a) Uzupełnij tabelę. Przyjmij, że przyspieszenie ziemskie jest równe 10 m/s^2 . (1 pkt)

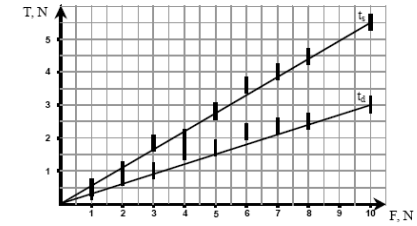
b) Zrób wykres zależności siły w chwili ruszania z miejsca oraz siły przy ruchu jednostajnym od siły nacisku. (4 pkt)

c) Oblicz współczynnik tarcia statycznego i dynamicznego. (2 pkt)

Odp.

a)	Siła nacisku, N: 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 10	1 p. – uzupełnienie tabeli
----	---	----------------------------

b)



d)

$f_s = 0,55$
 $f_d = 0,3$

1 p. – wyskalowanie osi;
1 p. – zaznaczenie niepewności pomiarowych (wystarczy pionowa kreska);
2 p. – narysowanie prostych najlepszego dopasowania (po 1 p. za każdą prostą)

1 p. – obliczenie współczynnika tarcia statycznego;
1 p. – obliczenie współczynnika tarcia dynamicznego

Zadanie 28. Kulka w cieczy (10 pkt)

Podczas ruchu ciał w płynach (cieczach lub gazach) występuje zjawisko lepkości. Powoduje ono występowanie siły oporu, której wartość w przypadku laminarnego (opływowego) ruchu kulki można wyrazić wzorem

$$F = 6\pi \cdot r \cdot \eta \cdot v \quad \text{gdzie: } r - \text{promień kulki}$$

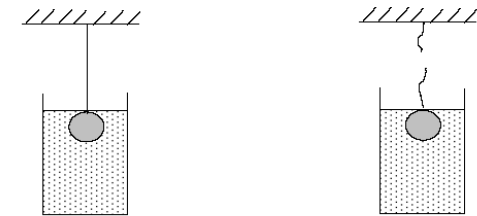
v – prędkość opadania,

η – współczynnik lepkości charakterystyczny dla danej cieczy

28.1 (4 pkt)

Jednorodną metalową kulkę o promieniu 1 cm zawieszono na cienkiej nici i zanurzono całkowicie w wodzie w głębokim naczyniu.

Narysuj, uwzględniając odpowiednie długości wektorów i nazwij siły działające na kulkę w sytuacji:



a) gdy pozostawała nieruchoma. (2 pkt) b) w chwili po przereźaniu nitki (2 pkt)

28.2 (3 pkt)

W tabeli obok podano wartości lepkości wody dla różnych temperatur. Wykaż, że maksymalna wartość prędkości opadania kulki będzie największa w wodzie o temperaturze 25 °C. Zmiany gęstości wody związane ze zmianami temperatury pomiń. Odpowiedź uzasadnij, zapisując odpowiednie zależności.

Temperatura wody w °C	Lepkość w $10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$
5	1,519
10	1,307
15	1,140
20	1,002
25	0,891

Źródło: Tablice fizyczno-astronomiczne Wydawnictwo Adamantan

28.3 (3 pkt)

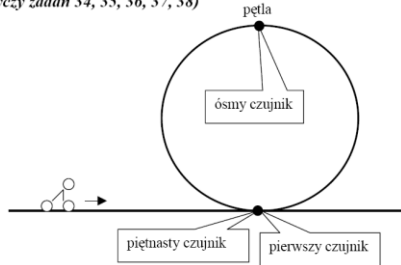
Wyprowadź zależność pozwalającą obliczyć wartość maksymalnej prędkości z jaką opada gęstość metalowa kulka. Załóż, że dane są: promień kulki, współczynnik lepkości oraz gęstość metalu i cieczy.

Odp.

28.1	a) Narysowanie i nazwanie trzech sił (ciężaru, wyporu i naciagu nici).	1 p.	4p.	Długości wektorów muszą spełniać warunek $\vec{F}_w = 0$. Długości wektorów muszą spełniać warunek $\vec{F}_w \neq 0$.
	Zachowanie odpowiednich długości wektorów	1 p.		
	b) narysowanie i nazwanie trzech sił (ciężaru, wyporu i oporu ruchu).	1 p.		
	Zachowanie odpowiednich długości wektorów	1 p.		

28.2	Skorzystanie z informacji zamieszczonej w tabeli, że ze wzrostem temperatury lepkość wody maleje	1 p.	3p.	10	
	Zauważenie, że wartości sił ciężaru i wyporu nie zmieniają się	1 p.			
	Skorzystanie z zależności $F = 6\pi \cdot r \cdot \eta \cdot v$ i podanie uzasadnienia (np.: przy stałej sile F wzrost lepkości powoduje zmniejszenie prędkości)	1 p.			
28.3	Zapisanie warunku ruchu jednostajnego kulki (z maksymalną wartością prędkości) $\vec{Q} + \vec{F}_g + \vec{F}_c = 0$ lub analogicznego	1p.	3p.		
	Wyrażenie wartości sił ciężaru kulki i wyporu z uwzględnieniem promienia i gęstości $Q = \frac{4}{3}\pi \cdot g \cdot d_s \cdot r^3$, $F_g = \frac{4}{3}\pi \cdot g \cdot d_l \cdot r^3$	1p.			
	Wyprowadzenie zależności $v = \frac{2R^2 \cdot g(d_s - d_l)}{9\eta}$	1p.			

Diabelska pętla (dotyczy zadań 34, 35, 36, 37, 38)



Podczas pokazów kaskaderskich motocyklista pokonał tzw. „pętlę śmierci”, której schemat przedstawiono na rysunku powyżej. Wzdłuż wewnętrznej powierzchni „petli” zainstalowane zostały w jednakowych odstępach specjalistyczne urządzenia (15 czujników) za pomocą, których można było rejestrować siłę nacisku obu kół motocykla na pętli powierzchnię oraz czas, który upłynął od momentu zadziałania pierwszego czujnika. Wyniki pomiarów przedstawiono w poniższej tabeli:

nr czujnika siły	czas rejestracji [s]	wartość siły nacisku [kN]
1	0,00± 0,05	5,96± 0,05
2	0,22± 0,05	5,77± 0,05
3	0,45± 0,05	5,22± 0,05
4	0,67± 0,05	4,44± 0,05
5	0,90± 0,05	3,57± 0,05
6	1,12± 0,05	2,78± 0,05
7	1,35± 0,05	2,23± 0,05
8	1,57± 0,05	2,04± 0,05
9	1,79± 0,05	2,23± 0,05
10	2,02± 0,05	2,77± 0,05
11	2,24± 0,05	3,56± 0,05
12	2,47± 0,05	4,43± 0,05
13	2,69± 0,05	5,22± 0,05
14	2,92± 0,05	5,77± 0,05
15	3,14± 0,05	5,96± 0,05

Całkowita masa motocykla wraz z motocyklistą wynosi 200 kg, zaś wewnętrzny promień pętli 5,60 m. Podczas pokonywania pętli motocyklista poruszał się z **prędkością o stałej wartości**. W obliczeniach potraktuj układ motocykl-człowiek jako punkt materialny poruszający się po okręgu o promieniu 5 m.

Zadanie 34 (5 pkt.)

Przedstaw na wykresie zależność siły nacisku od numeru czujnika. Zaznacz niepewności pomiarowe.

Zadanie 35 (4 pkt.)

Oblicz wartość prędkości liniowej układu motocykl-człowiek.

Zadanie 36 (3 pkt.)

Oblicz wartość przyspieszenia dośrodkowego układu motocykl-człowiek zakładając, że porusza się on w pętli z prędkością o wartości 10 m/s.

Zadanie 37 (3 pkt.)

Oblicz najmniejszą wartość prędkości, z jaką motocyklista na motorze może bezpiecznie pokonać „pętlę”.

Zadanie 38 (2 pkt.)

Ustal, czy następujące stwierdzenie jest prawdziwe: *Prędkość liniowa motocyklisty w czasie pokonywania pętli jest stała*. Odpowiedź uzasadnij.

Odp.

Zadanie 34.

- Opisanie i wyskalowanie osi – **1 punkt**
 - Poprawne zaznaczenie wszystkich punktów pomiarowych wraz z niepewnościami pomiarowymi – **3 punkty**
- UWAGA!**
- Poprawne zaznaczenie co najmniej 8 punktów pomiarowych wraz z niepewnościami pomiarowymi – **2 punkty**
 - Poprawne zaznaczenie co najmniej 5 punktów pomiarowych wraz z niepewnościami pomiarowymi – **1 punkt**
 - Poprawne zaznaczenie wszystkich punktów pomiarowych bez zaznaczenia niepewności pomiarowych – **2 punkty**
 - Poprawne zaznaczenie co najmniej 8 punktów pomiarowych bez zaznaczenia niepewności pomiarowych – **1 punkt**

- Poprawne narysowanie wykresu – **1 punkt**

Zadanie 35.

- Zastosowanie wzoru $v = 2\pi r/t$ – **1punkt**
- Selekcja danych (odczytanie czasu z tabeli) – **1punkt**
- Poprawny wybór promienia ($r = 5$ m) – **1punkt**
- obliczenie wartości prędkości i podanie wyniku wraz z jednostką – **1punkt**

Zadanie 36.

- skorzystanie z zależności $a = v^2/r$ – **1punkt**
- Poprawny wybór promienia ($r = 5$ m) – **1punkt**
- obliczenie wartości przyspieszenia i podanie wyniku wraz z jednostką – **1punkt**

Zadanie 37.

- Zauważenie, że siła nacisku musi być równa zero – **1punkt**
- Zapisanie równości $mv^2/r = mg$ – **1punkt**
- obliczenie wartości prędkości i podanie wyniku wraz z jednostką – **1punkt**

Zadanie 38.

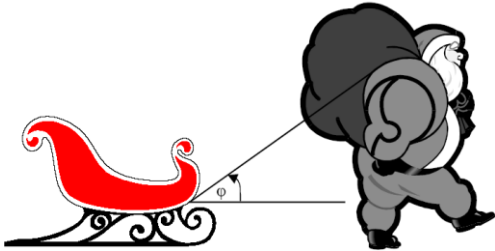
- Podanie poprawnej odpowiedzi (np. *stwierdzenie jest fałszywe*) – **1punkt**
- Podanie uzasadnienia (np. *kierunek prędkości liniowej ulega zmianie*) – **1punkt**

„Sanki”

Mikołaj ciągnie sanki o masie 5 kg po poziomej powierzchni. Sznurek tworzy z poziomem kąt 30°. Współczynnik tarcia sanek o śnieg ma wartość 0,2. Zależność drogi przebytej przez sanki od czasu przedstawiono w tabeli:

t [s]	0	5	10	12	20	25	27	30	40
s [m]	0	7,5	15	18	30	37,5	40,5	45	60

18. Zaznacz na rysunku wszystkie siły działające na sanki.



Odp.

- prawidłowe zaznaczenie co najmniej dwóch sił** **1 punkt**
- prawidłowe zaznaczenie czterech sił: siły ciężkości, siły tarcia, siły reakcji podłoża, siły z jaką Mikołaj ciągnie sanki** **2 punkty**

19. Oblicz pracę, którą wykonuje Mikołaj ciągnąc sanki na drodze 50 m.

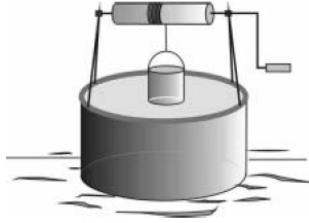
Odp.

- rozłożenie na składowe siły, z jaką Mikołaj ciągnie sanki** **1 punkt**
- zauważenie, że pozioma składowa siły, z jaką Mikołaj ciągnie sanki, jest równoważona przez siłę tarcia (ruch jednostajny)** **1 punkt**
- obliczenie wartości siły nacisku** **1 punkt**
- wykorzystanie definicji współczynnika tarcia** **1 punkt**
- zastosowanie wzoru $W = F \cdot s \cdot \cos \alpha$ ($\vec{F}$, $\vec{s}$)** **1 punkt**
- obliczenie wartości pracy i podanie jej wraz z jednostką** **1 punkt**

$$W=439,7 \text{ J dla } g=9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad W=448,2 \text{ J dla } g=10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Zadanie 28. Kolowrót (11 pkt)

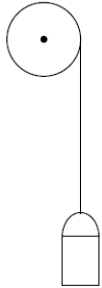
Kolowrót w kształcie walca, którego masa wynosi 10 kg, zamocowany jest nad studnią (rys.).



Na kolowrocie nawinięta jest nieważka i nierozciągliwa linka, której górny koniec przymocowany jest do kolowrotu. Do dolnego końca linki przymocowano wiadro o masie 5 kg, służące do wyciągania wody ze studni.

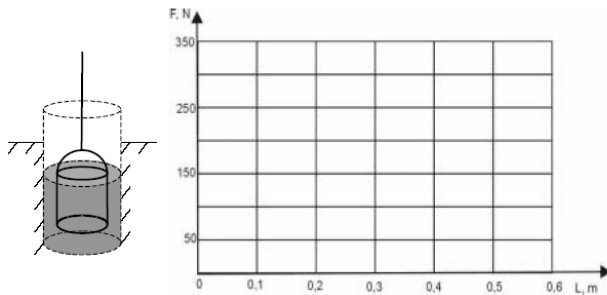
28.1 (6 pkt)

Pod wpływem ciężaru pustego wiadra linka rozwija się, powodując ruch obrotowy kolowrotu. Narysuj siły działające w tym układzie oraz oblicz przyspieszenie wiadra. Moment bezwładności walca względem osi obrotu wyraża się wzorem: $I = \frac{1}{2}mr^2$. Pomiń wpływ sił oporu ruchu oraz korby z rączką na wartość przyspieszenia.



28.2 (3 pkt)

Po nabraniu wody, wiadro ze stanu pełnego zanurzenia (rys.), jest wyciągane ze studni ruchem jednostajnym. Narysuj wykres zależności wartości F siły naciągu linki od drogi L przebytej przez górny brzeg wiadra ponad lustrem wody w studni. Masa wiadra wypełnionego wodą jest równa 25 kg. Wiadro ma kształt walca o wysokości 0,4 m. Pomijamy objętość blachy, z której zrobione jest wiadro. Poziom wody w studni nie ulega zmianom. Przyjmij przyspieszenie ziemskie $g = 10 \frac{m}{s^2}$.

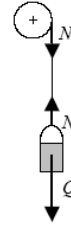


28.3 (2 pkt)

Wyjaśnij, dlaczego parcie wody na dno podczas wyciągania wiadra wypełnionego wodą ze studni ruchem przyspieszonym jest większe niż podczas wyciągania wiadra ruchem jednostajnym.

Odp.

Narysowanie sił działających na układ.



Zapisanie równania ruchu obrotowego kolowrotu.

$$Nr = \varepsilon I$$

Wyznaczenie wartości naprężenia linki.

$$N = \frac{\varepsilon mr^2}{2r} = \frac{a}{r} = \frac{1}{2}ma$$

Zapisanie zależności dla ruchu postępowego wiadra.

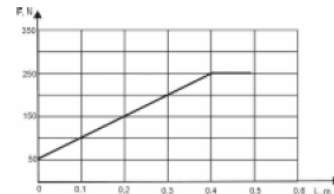
$$Q - N = Ma$$

Wyznaczenie wartości przyspieszenia wiadra.

$$a = \frac{2Mg}{2M + m}$$

Obliczenie wartości przyspieszenia wiadra.

$$a = 5 \frac{m}{s^2}$$



Zaznaczenie na wykresie wartości siły naciągu linki (50N) przy pełnym zanurzeniu wiadra.

Narysowanie liniowo rosnącej wartości siły naciągu linki od drogi L (do punktu 0,4 m).

Narysowanie siły naciągu linki w zależności od drogi L , jako funkcji stałej (od punktu 0,4 m).

Uwaga:

Zdający może narysować wykres wychodzący z punktu (0,0) zakładając, że masa wiadra jest równa zero. Musi to jednak wyraźnie zaznaczyć.

Proponowana odpowiedź:

Poruszające się ruchem zmiennym wiadro z wodą jest układem nieinercyjnym. W tym układzie działa jeszcze siła bezwładności, mająca ten sam zwrot co siła ciężkości. Siła parcia, będąca wypadkową tych sił, ma większą wartość niż podczas ruchu jednostajnego.

Uwaga:

Zdający może dokonać analizy ruchu wiadra w układzie inercyjnym.

Wskazanie dodatkowej siły działającej na wiadro spowodowanej jego przyspieszeniem.

Wyjaśnienie, że wartości siły bezwładności wody i siły ciężkości się sumują, dlatego siła parcia wody na dno ma większą wartość niż w ruchu jednostajnym.

Zadanie 28. (10 pkt) MAŁPKA I PULSAR

Na jednym z końców obracającej się wokół pionowej osi cienkościenniejszej rurki siedzi małpka. Rurka ma długość 2 m, jej masa wynosi 0,5 kg, małpka ma masę 2 kg. Oś obrotu przechodzi przez środek rurki.

a) (2 pkt) Oblicz wartość momentu bezwładności pręta z małpką siedzącą na końcu pręta. Przyjmij, że rozmiary małpki są niewielkie w stosunku do długości pręta.

b) (2 pkt) W pewnej chwili pręt z małpką siedzącą na końcu został wprawiony w powolny ruch obrotowy tak, że wykonywał jeden obrót na 10 sekund. Małpka nie była z tego zbyt zadowolona i przeszła na środek pręta. Pręt z siedzącą na środku małpką zaczął wirować szybciej, mimo że nikt do niego nie podchodził.

Dlaczego pręt zaczął wirować szybciej, gdy małpka przeszła na jego środek?

c) (3 pkt) Oblicz okres obrotu pręta, jeżeli małpka siedzi na jego środku.

d) (3 pkt) Pulsary są gwiazdami neutronowymi o średnicy rzędu 20 - 100 km powstałymi w toku ewolucji gwiazd o masach większych od masy Słońca. Jądro gwiazdy gwałtownie zmniejsza swój promień, a materia poza jądrem zostaje wyrzucona w przestrzeń. Powstały obiekt składa się głównie z neutronów i bardzo szybko wiruje. Okres jednego obrotu jest rzędu nawet jednej setnej sekundy. Sprawdź (wykonując obliczenia), czy zmniejszenie promienia jądra gwiazdy ze 100 000 km do 10 km (przy zachowaniu stałej masy jądra) prowadzi do zmniejszenia okresu obrotu z 30 dni do setnych części sekundy.

Odp.

a)	Zapisanie zależności na moment bezwładności układu	1
	$I = \frac{1}{12}m_{\text{pręta}}l^2 + m_{\text{małpki}}\left(\frac{l}{2}\right)^2$	1
b)	Obliczenie całkowitego momentu bezwładności $I = \frac{13}{6} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$	1
	Stwierdzenie, że można zastosować zasadę zachowania pędu $I_1\omega_1 = I_2\omega_2 = \text{const}$	1
c)	Stwierdzenie, że po przejściu małpki na środek pręta zmalał moment pędu	1
	Wykorzystanie zasady zachowania pędu i pokazanie, że zmniejszenie momentu bezwładności prowadzi do zwiększenia prędkości kątowej	1
	Przekształcenie zapisanej zasady zachowania momentu pędu i otrzymanie zależności $T_2 = T_1 \frac{I_1}{I_2}$	1
	Podstawienie prawidłowych wartości do wzoru	1
d)	Obliczenie nowego okresu obrotu $T \approx 0,77 \text{ s}$	1
	Przekształcenie zapisanej zasady zachowania momentu pędu do postaci $T_2 = T_1 \frac{r_1^2}{r_2^2}$	1
	Podstawienie do powyższego wzoru danych	1
	Obliczenie, że $T_2 \approx 0,026 \text{ s}$	1

Zadanie 25. Gwiazda neutronowa (5 pkt)

Z gwiazdy o masie $4 \cdot 10^{30}$ kg, promieniu 10^6 km i okresie wirowania 10^5 s w czasie wybuchu supernowej zostaje odrzuconych w przestrzeń kosmiczną 90% masy. Z pozostałej masy powstaje gwiazda neutronowa o promieniu 100 km. Odrzucona masa nie unosi momentu pędu. Moment bezwładności kuli $I = 0,4mr^2$.

Oblicz okres wirowania gwiazdy neutronowej oraz gęstość gwiazdy przed i po wybuchu.

$L = \omega I = \frac{2\pi}{T} 0,4mr^2$ $L_1 = L_2$	1 p. – napisanie równania wynikającego z zasady zachowania momentu pędu
$\frac{2\pi}{T_1} 0,4m_1r_1^2 = \frac{2\pi}{T_2} 0,4m_2r_2^2 \Rightarrow T_2 = T_1 \frac{m_2}{m_1} \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2$	1 p. – wyprowadzenie wzoru na okres wirowania gwiazdy
$T_2 = T_1 \frac{m_2}{m_1} \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2 = 10^{-4} [s]$	1 p. – obliczenie okresu wirowania gwiazdy
$\rho_1 = \frac{m_1}{\frac{4}{3}\pi r_1^3} \approx 1 \left[\frac{g}{cm^3} \right]$ $\rho_2 = \frac{m_2}{\frac{4}{3}\pi r_2^3} \approx 10^{11} \left[\frac{g}{cm^3} \right]$	2 p. – obliczenie gęstości przed i po wybuchu (po 1 p. za każdą gęstość)

Zadanie 25. (wahadlo)

Uczniowie podczas lekcji wyznaczali masę Ziemi, wykorzystując wahadło matematyczne. Do dyspozycji uczniów przygotowano następujące przyrządy: nici, obciążniki o małych rozmiarach, stoper, przymiar, haczyk przymocowany do sufitu sali. Uczniowie zapisali wyniki swoich pomiarów i obliczeń w tabelce:

Długość wahadła [m]	0,5	0,75	1,0	1,25	1,5	1,75	2,0	2,25	2,5
Średni okres drgań [s]	1,43	1,73	1,99	2,24	2,45	2,66	2,83	3,00	3,17
Masa Ziemi [10^{24} kg]	5,885	5,939	6,031	5,958	5,988	5,952	5,994	5,976	5,988

Zadanie 25.1. (4 pkt)

Korzystając z wielkości mierzonych w doświadczeniu, przedstaw sposób obliczenia masy Ziemi oraz sprawdź jednostkę obliczonej masy.

Zadanie 25.2. (4 pkt)

Zapisz w punktach czynności wykonywane przez uczniów podczas doświadczenia.

Zadanie 25.3. (2 pkt)

Tablicowa wartość masy Ziemi wynosi $5,975 \cdot 10^{24}$ kg. Oszacuj niepewność pomiarową wyznaczonej doświadczalnie przez uczniów masy Ziemi. Posłuż się metodą błędów

względnych δ (wykorzystaj wzór: $\delta = \frac{|A_t - A_p|}{A_t} \cdot 100\%$, gdzie A_t - tablicowa wartość

mierzonej wielkości, A_p - średnia wartość wyznaczanej wielkości).

Zadanie 25.4. (2 pkt)

Przeanalizuj i uzasadnij, czy masa wybranego obciążnika i jego rozmiary oraz długość nici mogą mieć wpływ na otrzymane wyniki.

Odp.

Zadanie 25.1.

Korzystamy ze wzoru na okres wahadła matematycznego:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

wstawiamy wzór na przyspieszenie grawitacyjne $g = \frac{GM}{R^2}$

po przekształceniach otrzymujemy wzór na masę Ziemi:

$$M = \frac{4\pi^2 l R^2}{GT^2}$$

Sprawdzamy jednostkę:

$$[M] = \frac{m \cdot m^2}{N \cdot m^2 \cdot s^2} = \frac{kg \cdot N}{N} = [kg]$$

Zadanie 25.2.

Przebieg czynności:

- zmontować wahadło i zmierzyć jego długość;
- wprawić wahadło w ruch drgający, zmierzyć czas, np. 10 drgań, obliczyć średni okres drgań;
- obliczyć masę Ziemi;
- zmienić długość wahadła i powtórzyć doświadczenie.

Zadanie 25.3.

Obliczamy średnią wartość masy Ziemi:

$$M_{\text{śr}} = 5,968 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

obliczamy niepewność pomiarową za pomocą metody błędów względnych:

$$\delta = \frac{|M - M_{\text{śr}}|}{M} \cdot 100\% = 0,12\%$$

Zadanie 25.4.

Masa ciężarka i jego rozmiary mają wpływ na stopień tłumienia drgań, dlatego obciążnik powinien mieć dużą masę, ale małe rozmiary, żeby drgania można uznać za swobodne. Długość nici powinna być na tyle duża, aby skonstruowane wahadło można było traktować jak wahadło matematyczne.

Zadanie 27. Rakieta (9 pkt)

27.1 (3 pkt)

Wyprowadź wzór na pierwszą prędkość kosmiczną i za jego pomocą oblicz jej wartość dla Ziemi.

27.2 (2 pkt)

Oblicz, w kilometrach na sekundę, prędkość liniową punktów na równiku Ziemi w jej ruchu wirowym wokół własnej osi.

27.3 (2 pkt)

Oblicz prędkość względem powierzchni Ziemi satelity na niskiej, przebiegającej nad równikiem orbicie kołowej,

- w sytuacji, gdy porusza się on z zachodu na wschód, oraz
- w sytuacji, gdy porusza się on ze wschodu na zachód.

27.4 (2 pkt)

Podaj, w którym z przypadków opisanych w zadaniu 27.3 wprowadzenie sztucznego satelity na orbitę jest bardziej ekonomiczne. Odpowiedź uzasadnij.

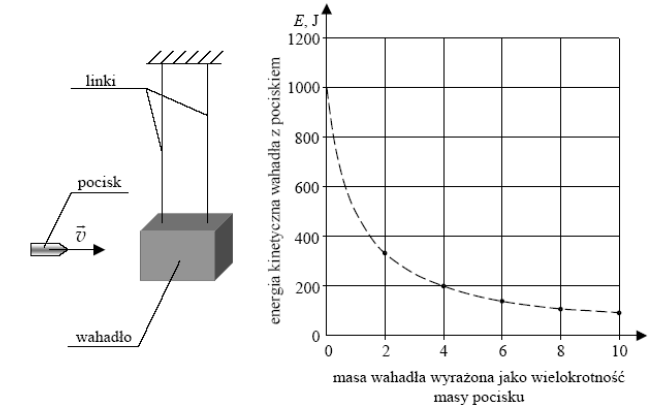
Odp.

27.1	Zapisanie warunku dla ruchu po orbicie kołowej: $\frac{mv^2}{R_z} = G \frac{Mm}{R^2}$	1
	Przekształcenie równań do postaci umożliwiającej obliczenie I prędkości kosmicznej: $v_1 = \sqrt{\frac{GM}{R}}$	1
	Podstawienie wartości M_Z i R_Z , obliczenie wartości prędkości i zapisanie jej wraz z jednostką: $v_1 \approx 7,9 \frac{\text{km}}{\text{s}}$	1
27.2	Określenie prędkości liniowej punktów leżących na równiku: $v = \frac{2\pi R_z}{T}$, gdzie T oznacza dobę ziemską, i zamiana czasu z godzin na sekundy.	1
	Obliczenie wartości prędkości i podanie jej wraz z jednostką. $v \approx 0,46 \frac{\text{km}}{\text{s}}$	1
27.3	a) Obliczenie prędkości względnej, gdy raketa porusza się z zachodu na wschód: $v_{\text{wzgl}} = v_1 - v$ i obliczenie wartości prędkości $v_{\text{wzgl}} = 7,43 \frac{\text{km}}{\text{s}}$	1
	b) Obliczenie prędkości względnej, gdy raketa porusza się ze wschodu na zachód: $v_{\text{wzgl}} = v_1 + v$ i obliczenie wartości prędkości $v_{\text{wzgl}} = 8,36 \frac{\text{km}}{\text{s}}$	1
27.4	Podanie odpowiedzi: Start w kierunku zgodnym z kierunkiem ruchu obrotowego Ziemi (z zachodu na wschód)	1
	Podanie uzasadnienia np.: Nadanie satelicie pierwszej prędkości kosmicznej (w tych warunkach) wymaga zużycia mniejszej ilości paliwa.	1

Zadanie 22. Wahadło balistyczne (10 pkt)

Na rysunku poniżej przedstawiono schematycznie urządzenie do pomiaru wartości prędkości pocisków wystrzelanych z broni palnej. Podstawowym elementem takiego urządzenia jest tzw. wahadło balistyczne będące (w dużym uproszczeniu) zawieszonym na linkach klokiem, w którym grzezną wystrzelwane pociski. Po trafieniu pociskiem wahadło wychyla się z położenia równowagi i możliwy jest pomiar jego energii kinetycznej.

Punkty na wykresie przedstawiają zależność energii kinetycznej klocka wahadła z pociskiem (który w nim ugrzązł) tuż po uderzeniu pocisku, od masy klocka. Pomiary wykonano dla 5 klocków o różnych masach (linia przerywana przedstawia zależność teoretyczną). Wartość prędkości pocisku, tuż przed trafieniem w klocek wahadła, za każdym razem wynosiła 500 m/s, a odległość od środka masy klocka wahadła do punktu zawieszenia wynosiła 1 m. W obliczeniach pominąć masę linek mocujących klocek wahadła.



22.1 (3 pkt)

Wykaż, analizując wykres, że masa pocisku jest równa 0,008 kg.

Odp.

Analizując wykres można zauważyć, że dla masy klocka równej 0, energia kinetyczna wahadła z pociskiem jest równa 1000 J.

$$E_k = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow m = \frac{2E_k}{v^2}$$

$$m = \frac{2 \cdot 1000 \text{ J}}{\left(500 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}$$

$$m = 0,008 \text{ kg}$$

22.2 (3 pkt)

Oblicz wartość prędkości klocka z pociskiem bezpośrednio po zderzeniu w sytuacji, gdy masa klocka była 499 razy większa od masy pocisku.

Odp.

Korzystając z zasady zachowania pędu można zapisać

$$m_p v_p = (m_k + m_p) v_k \quad \text{gdzie:}$$

$$v_k = \frac{m_p v_p}{m_k + m_p}$$

$$v_k = \frac{0,008 \text{ kg} \cdot 500 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{(499 + 1) \cdot 0,008 \text{ kg}}$$

$$v_k = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

v_p – wartość prędkości pocisku,

v_k – wartość prędkości klocka,

m_p – masa pocisku,

m_k – masa klocka.

22.3 (4 pkt)

Oblicz, jaka powinna być masa klocka wahadła, aby po wychyleniu z położenia równowagi wahadła o 60° , zwolnieniu go, a następnie trafieniu pociskiem w chwili przechodzenia wahadła przez położenie równowagi, wahadło zatrzymało się w miejscu. Do obliczeń przyjmij, że masa pocisku wynosi 0,008 kg. W obliczeniach możesz skorzystać z podanych poniżej wartości funkcji trygonometrycznych.

$$\sin 30^\circ = \cos 60^\circ = \frac{1}{2} = 0,50 \quad \sin 60^\circ = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0,87$$

Odp.

Aby wahadło zatrzymało się w miejscu wartości pędów pocisku i klocka muszą być równe.

$$m_p v_p = m_k v_k \Rightarrow m_k = \frac{m_p v_p}{v_k}$$

$$m_k = \frac{0,008 \text{ kg} \cdot 500 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{3,16 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

$$m_k \approx 1,27 \text{ kg}$$

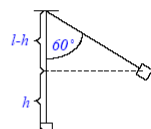
Korzystając z zasady zachowania energii

$$mgh = \frac{mv_k^2}{2}, \text{ zatem}$$

$$v_k = \sqrt{2gh}$$

$$v_k = \sqrt{2 \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,5 \text{ m}}$$

$$v_k \approx 3,16 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



$$\frac{l-h}{l} = \cos 60^\circ$$

$$h = l(1 - \cos 60^\circ)$$

$$h = 1 \text{ m}(1 - 0,5)$$

$$h = 0,5 \text{ m}$$

Zadanie 23. Układ Słoneczny (6 pkt)

W tabeli przedstawiono względne wielkości charakteryzujące niektóre planety Układu Słonecznego.

Nazwa planety	Masa (w jednostkach masy Ziemi)	Promień planety (w jednostkach promienia Ziemi)	Odległość od Słońca (w jednostkach promienia orbity Ziemi)	„Rok” (w latach ziemskich)	„Doba” (w dobach ziemskich)
Merkury	0,05	0,38	0,39	0,24	59,00
Wenus	0,81	0,95	0,72	0,61	243,00
Ziemia	1	1	1	1	1
Mars	0,11	0,53	1,52	1,88	1,03
Jowisz	318	11,19	5,20	11,90	0,41
Saturn	95	9,43	9,54	29,90	0,43
Uran	14,6	3,85	19,18	84,00	0,72

Wykaż słuszność trzeciego prawa Keplera. W tym celu:

a) Zapisz III prawo Keplera za pomocą wzoru. (1 pkt)

(1 pkt)

b) Wykorzystując wzór wyrażający III prawo Keplera zapisz zmienne, jakie powinny znajdować się na osiach układu współrzędnych, aby wykres funkcji mógł być linią prostą.

$$O\ddot{x} \propto -x \quad O\ddot{y} \propto -y \quad (1 \text{ pkt})$$

c) Wybierz z tabeli trzy planety, oblicz odpowiednie wartości, opisz i wyskaluj osie układu (na rysunku poniżej) oraz zaznacz punkty w narysowanym układzie współrzędnych. (2 pkt)

d) Narysuj wykres funkcji. (1 pkt)

e) Na podstawie otrzymanego wykresu przeprowadź uzasadnienie słuszności trzeciego prawa Keplera. (1 pkt)

Odp.

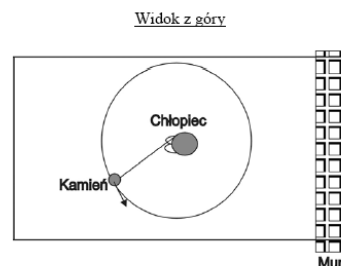
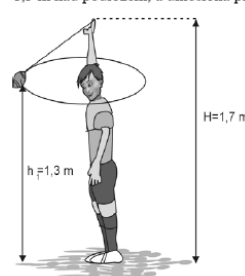
a)	Zapisanie wzorem III prawa Keplera. $\frac{T_1^2}{R_1^3} = \frac{T_2^2}{R_2^3}$ lub $\frac{T_1^2}{R_1^3} = \text{const}$ lub $T_1^2 \sim R_1^3$	1	1
b)	Wybór współrzędnych: $OX - R^3$, $OY - T^2$ (lub odwrotnie).	1	1

c)	Wybór trzech planet i obliczenie dla nich wartości R^3 i T^2 .	1	2
	Wyskalowanie osi współrzędnych i naniesienie punktów w układzie współrzędnych.	1	
d)	Narysowanie wykresu funkcji liniowej $T^2 \sim R^3$ (lub $R^3 \sim T^2$).	1	1
e)	Uzasadnienie słuszności trzeciego prawa Keplera.	1	1

Zadanie 25. Chłopiec (11 pkt)

Chłopiec (rys.) wprawia w ruch po okręgu kamień o masie 0,4 kg zawieszony na sznurku o długości 1m. Płaszczyzna okręgu zataczanego przez kamień znajduje się na wysokości 1,3 m nad podłożem, a uniesiona pionowo ręka trzymająca sznurek 1,7 m nad podłożem.

Chłopiec (rys.) wprawia w ruch po okręgu kamień o masie 0,4 kg zawieszony na sznurku o długości 1m. Płaszczyzna okręgu zataczanego przez kamień znajduje się na wysokości 1,3 m nad podłożem, a uniesiona pionowo ręka trzymająca sznurek 1,7 m nad podłożem.



a) Oblicz pracę, jaką musi wykonać chłopiec, aby płaszczyzna obrotu kamienia znalazła się w odległości $h_2 = 1,5 \text{ m}$ od podłoża. Przyjmij, że zmiana wartości pracy, jaką wykonuje siła oporu powietrza jest do zaniedbania podczas zmiany płaszczyzny ruchu kamienia oraz, że niewielkie ruchy dłonią, jakie musi wykonać chłopiec, aby rozpuścić kamień, nie wpływają na wartość obliczanej pracy. (8 pkt)

b) W pewnej chwili płaszczyzna okręgu, w której poruszał się kamień, znajdowała się na wysokości 1,5 m od podłoża a kamień poruszał się z prędkością o wartości $\frac{7}{5} \frac{\text{m}}{\text{s}}$. W pobliżu chłopca znajduje się ściana budynku (Mur na rys.). Oblicz, jaka może być najmniejsza odległość między chłopcem a ścianą, aby w przypadku zerwania się sznurka w momencie, gdy kierunek wektora prędkości kamienia jest prostopadły do ściany, kamień w nią nie uderzył. (3 pkt)

Odp.

a)	Zauważenie, że wykonana praca jest równa sumie zmiany energii potencjalnej i kinetycznej kamienia lub zmianie jego energii mechanicznej. $W = \Delta E_m$ lub $W = \Delta E_p + \Delta E_k$	1	
	Zapisanie wzoru na zmianę energii potencjalnej i kinetycznej. $\Delta E_p = m \cdot g \cdot (h_2 - h_1)$ $\Delta E_k = \frac{m \cdot v_2^2}{2} - \frac{m \cdot v_1^2}{2}$	1	

	Narysowanie rozkładu sił działających na kamień.	1	8
	Skorzystanie ze związku siły dośrodkowej z ciężarem kamienia, powiązanie sił Q i F_g z różnicą wysokości $(H-h)$ i długością sznurka w celu wyznaczenia prędkości kamienia. $\frac{F_g}{Q} = \frac{R}{H-h}$ oraz $v^2 = \frac{g \cdot (l^2 - (H-h)^2)}{H-h}$	2	
	Obliczenie pracy. $W \approx 6,1 \text{ J}$	3	
b)	Zauważenie, że szukana odległość jest równa zasięgowi rzutu poziomego z wysokości 1,5 m i zapisanie wzoru na zasięg. $d = v \cdot t$	1	
	Wyznaczenie czasu trwania rzutu. $t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}}$	1	3
	Obliczenie szukanej odległości. $d \approx 4 \text{ m}$	1	

Zadanie 25. (10 pkt) SATELITY

Do celów telekomunikacji wykorzystywane są tzw. satelity geostacjonarne, które krążąc dookoła Ziemi poziome „wiszą” nad wybranym punktem powierzchni Ziemi.

a) (2 pkt) Jakie muszą być okres i kierunek obiegu takiego satelity i jak musi być położona jego orbita w stosunku do równika?

b) (3 pkt) Wykaż, że jeżeli promień orbity takiego satelity wynosi 42 300 km, to prędkość z jaką krąży, wynosi około 3,08 km/s.

c) (3 pkt) W wyniku błędu obsługi inna firma ułokowała na takiej samej orbicie satelitę telekomunikacyjnego o masie dwa razy mniejszej i poruszającego się w przeciwną stronę. W wyniku zderzenia oba obiekty utworzyły jedną bryłę. Oblicz prędkość tej bryły tuż po zderzeniu.

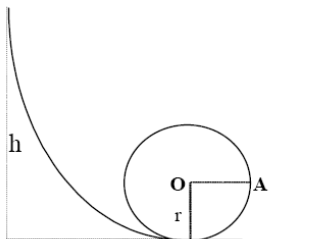
d) (2 pkt) Dlaczego utworzona w wyniku zderzenia bryła nie może poruszać się po orbicie stacjonarnej? Czy prędkość, z jaką porusza się bryła, jest prędkością orbitalną dla orbity leżącej dalej czy bliżej Ziemi? Odpowiedzi uzasadnij.

Odp.

a)	Napisanie, że okres obiegu musi być równy okresowi obrotu Ziemi dookoła osi, kierunek obrotu zgodny z kierunkiem obrotu Ziemi, płaszczyzna orbity musi leżeć w płaszczyźnie równika. Za podanie 2 elementów – 1 p, za podanie tylko 1 elementu – 0 p.	2
	Zapisanie zależności promienia okręgu i okresu obiegu	1
b)	Podstawienie wartości liczbowych, w tym okresu obrotu Ziemi	1
	Obliczenie wartości prędkości liniowej $v \approx 3000 \text{ m/s}$	1
c)	Ustalenie, że oba obiekty mają prędkość 3,08 km/s Zapisanie zasady zachowania pędu dla tego przypadku: $mv_1 - \frac{m}{2}v_1 = (\frac{3}{2}m) \cdot v$	1
	Obliczenie prędkości końcowej po zderzeniu $v = 1/3 v_1 \approx 1 \text{ km/s}$	1
d)	Stwierdzenie, że na orbicie stacjonarnej prędkość musi wynosić około 3,08 km/s a bryła ma prędkość za małą. Skorzystanie ze wzoru na prędkość orbitalną i napisanie wniosku, że prędkość około 1 km/s jest prędkością orbitalną dla odległości od Ziemi większej niż dla orbity stacjonarnej.	1

„Diabelska pętla”

Konstruktor projektuje zabawkę; tor samochodowy w kształcie diabelskiej pętli, wewnątrz której mają się poruszać małe samochodziki. Tor ma być zrobiony z materiału, dla którego tarcie samochodzika o podłoże jest bardzo małe. W projekcie konstruktor podał następujące parametry diabelskiej pętli: wysokość 24 cm, promień kołowego toru 10 cm.



20. Oblicz siłę nacisku samochodziku o masie 150 g w punkcie A pętli, jeżeli zaczyna on ruch na wysokości h.

Odp.

- ♦ *zauważenie, że siła nacisku jest co do wartości równa sile dośrodkowej* 1 punkt
- ♦ *prawidłowe zapisanie zasady zachowania energii mechanicznej* 1 punkt
- ♦ *wykonanie obliczeń (przekształceń)* 1 punkt
- ♦ *podanie wartości siły $F_N = 4,12 \text{ N}$ wraz z jednostką* 1 punkt

21. Ustal, czy konstruktor dobrze zaprojektował „Diabelską pętlę”, tzn. czy samochodzik ustawiony na wysokości h przejedzie przez najwyższy punkt pętli? Odpowiedź uzasadnij odpowiednimi obliczeniami.

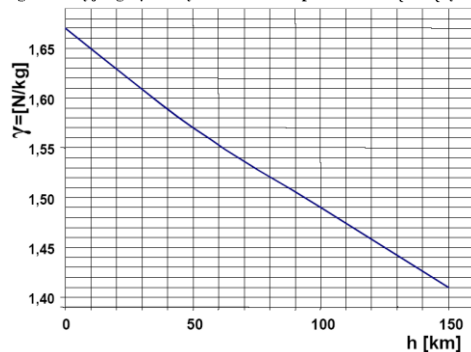
Odp.

- ♦ *udzielenie odpowiedzi: konstruktor źle zaprojektował pętlę (bez uzasadnienia)* 1 punkt
- ♦ *zauważenie, że dla najmniejszej wysokości gwarantującej przejechanie przez najwyższy punkt pętli siła grawitacyjna w najwyższym punkcie pętli pełni rolę siły dośrodkowej* 1 punkt
- ♦ *prawidłowe zapisanie zasady zachowania energii mechanicznej* 1 punkt
- ♦ *wykonanie obliczeń (przekształceń)* 1 punkt
- ♦ *obliczenie: $h_{\min} = \frac{5}{2}r$ $h_{\min} = 25 \text{ cm}$* 1 punkt

„Misja księżycowa”

W czasie lotu załogowego na Księżyc pojazd kosmiczny, składający się z orbitera o masie 40 ton oraz lądownika o masie 10 ton, znalazł się na orbicie kołowej Księżyca. Promień tej orbity wynosi 1890 km. Lądownik zostaje odłączony od orbitera i rozpoczyna się faza lądowania na Księżycu.

Aparatura pomiarowa lądownika rozpoczyna pomiar wartości natężenia pola grawitacyjnego Księżyca w chwili odłączenia się lądownika od orbitera. Wyniki pomiarów przedstawiono na wykresie zależności wartości natężenia pola grawitacyjnego γ od wysokości h nad powierzchnią Księżyca.



30. Na podstawie danych zebranych przez lądownik oblicz masę Księżyca.

Odp.

- ♦ *odczytanie danych z wykresu* 1 punkt
- ♦ *skorzystanie z definicji natężenia pola grawitacyjnego* 1 punkt
- ♦ *obliczenie masy Księżyca i podanie wartości wraz z jednostką $m_K = 7,6 \cdot 10^{22} \text{ kg}$* 1 punkt

31. Oblicz, o ile procent jest mniejsza siła grawitacji działająca na kosmonautę o masie 200 kg wraz z ekwipunkiem przebywającego w orbiterze znajdującym się na orbicie, od siły grawitacji działającej na tego samego kosmonautę przebywającego na powierzchni Księżyca.

Odp.

- ♦ *skorzystanie z definicji natężenia pola grawitacyjnego* 1 punkt
 - ♦ *obliczenie różnicy sił lub podanie wyrażenia $\frac{\Delta F}{F} \cdot 100\%$ (dopuszcza się wykonanie obliczeń dla natężeń)* 1 punkt
 - ♦ *podanie wyniku $\approx 15,6\%$* 1 punkt
32. Wyjaśnij, jak zmieniłaby się szybkość orbitera, gdyby poruszał się on po orbicie o mniejszym promieniu. Odpowiedź uzasadnij.

Odp.

- ♦ *podanie odpowiedzi: „szybkość wzrasta”* 1 punkt
- ♦ *uzasadnienie: powołanie się na zależność $v(r)$ z zapisaniem wzoru* 1 punkt

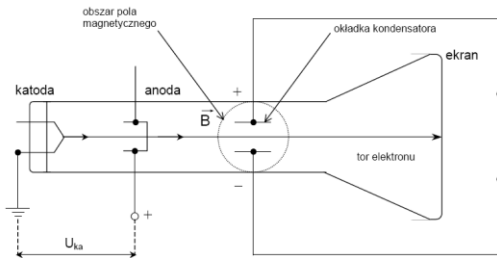
33. Oblicz okres obiegu orbitera po orbicie zakładając, że porusza się on z szybkością 1632 m/s. Wynik podaj w minutach.

Odp.

- ♦ *wykorzystanie równania: $v = \frac{2\pi r}{T}$* 1 punkt
- ♦ *obliczenie wartości liczbowej wraz z jednostką: $T \approx 121 \text{ min}$* 1 punkt

Zadanie 22. Oscyloskop (9 pkt)

W specjalnie zaprojektowanej lampie katodowej, służącej do wyznaczania stosunku ładunku do masy elektronu e/m , można równocześnie wytwarzać dwa pola: elektryczne i magnetyczne. Wartości natężenia pola elektrycznego i indukcji magnetycznej dobieramy tak, by torem elektronów wybiegających z katody była linia prosta (patrz rysunek).



- a) Jak dobierzesz kierunek linii pola elektrycznego i magnetycznego? (1 pkt)
- b) Na przedstawionym w treści zadania schemacie lampy zaznacz kierunek i zwrot wektora indukcji magnetycznej oraz narysuj wektory sił działających na elektron w obszarze pola elektrycznego i magnetycznego. (3 pkt)
- c) Jaki warunek muszą spełniać wartości E i B , aby tor elektronu był linią prostą, przy danym B ? (1 pkt)
- d) Jakie wielkości zmierzysz w doświadczeniu i z jakiej zależności skorzystasz, aby obliczyć natężenie pola elektrostatycznego? (1 pkt)
- e) Jakie wielkości zmierzysz w doświadczeniu i z jakiej zależności skorzystasz, aby obliczyć prędkość elektronu? (1 pkt)
- f) Jak, posługując się wyznaczonymi wyżej wielkościami, obliczysz e/m ? (2 pkt)

Odp.

a) Linie pola magnetycznego muszą być prostopadłe do linii pola elektrycznego.	1 p. – odpowiedź na pytanie
b) Znak $\otimes$ w obszarze pola magnetycznego Orientacja wektorów sił działających na elektron w obszarze pola elektrycznego i magnetycznego: wektor F_e pionowo do góry, wektor F_m pionowo do dół	1 p. – zaznaczenie kierunku i zwrotu wektora indukcji magnetycznej; 2 p. – zaznaczenie wektorów (po 1 p. za wektor każdej z sił)
c) $eE = evB$	1 p. – odpowiedź na pytanie
d) Zmierzę napięcie między okładkami kondensatora U i odległość między jego okładkami d , bo $E = \frac{U}{d}$.	1 p. – odpowiedź na pytanie
e) Zmierzę U_{KA} , bo $eU_{KA} = \frac{mv^2}{2}$.	1 p. – odpowiedź na pytanie
f) $v = \frac{E}{B}$ i $eU_{KA} = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow$ $eU_{KA} = \frac{mE^2}{2B^2} = \frac{mU^2}{2B^2d^2} \Rightarrow \frac{e}{m} = \frac{U^2}{2U_{KA}d^2B^2}$	1 p. – podanie wzoru; 1 p. – przekształcenie wzoru

„Naladowane kule”

22. Ustal, czy następujące stwierdzenie jest prawdziwe: „Dwie identyczne metalowe kule, naladowane ładunkami różnoimiennymi o tej samej wartości bezwzględnej, silniej oddziałują na siebie niż naladowane ładunkami jednoimiennymi o takich samych wartościach bezwzględnych”. Odpowiedź uzasadnij.

Odp.

- ♦ udzielenie odpowiedzi: „stwierdzenie jest prawdziwe” (bez uzasadnienia) 1 punkt
- ♦ powołanie się na zjawisko przemieszczenia ładunku na powierzchni kuli 1 punkt

„Elektron”

23. Ustal, czy następujące stwierdzenie jest prawdziwe: „Elektron w polu elektrostatycznym porusza się zawsze wzdłuż linii tego pola”. Odpowiedź uzasadnij.

Odp.

- ♦ udzielenie odpowiedzi: „stwierdzenie jest fałszywe” (bez uzasadnienia) 1 punkt
- ♦ podanie uzasadnienia (wyjaśnienie słowne lub podanie przykładu ruchu elektronu, gdy $\vec{v} \parallel \vec{E}$ z komentarzem w postaci słownej lub rysunku) 1 punkt

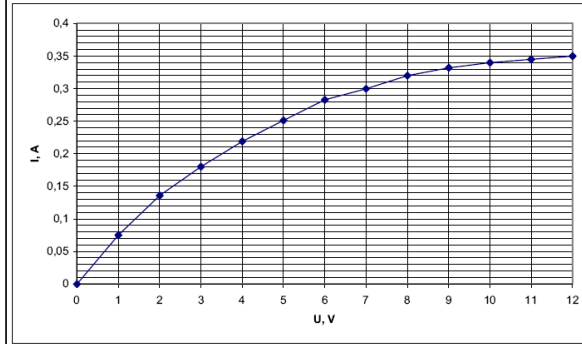
24. Ustal, czy następujące stwierdzenie jest prawdziwe: „W pewnym punkcie przestrzeni, linie pola elektrostatycznego wytworzonego przez metalową naladowaną kulkę, przecinają się”. Odpowiedź uzasadnij.

Odp.

- ♦ udzielenie odpowiedzi: „stwierdzenie jest fałszywe” (bez uzasadnienia) 1 punkt
 - ♦ naladowana kula jest źródłem pola centralnego 1 punkt
- lub
- ♦ wektor natężenia pola jest określony jednoznacznie w każdym punkcie przestrzeni 1 punkt

Zadanie 24. (oświetlenie)

Wykres zamieszczony poniżej przedstawia charakterystykę prądowo-napięciową żarówki światła pozycyjnego samochodu.



Światła pozycyjne samochodu tworzą obwód, składający się z 4 żarówek połączonych ze sobą równolegle, szeregowo do nich dołączonego opornika i akumulatora o napięciu nominalnym 12 V. Opornik jest oporem zastępczym przewodów i oporu wewnętrznego akumulatora.

Zadanie 24.1. (2 pkt)

Na oprawce każdej żarówki podana jest moc i maksymalne napięcie zasilania. Wyznacz nominalną wartość mocy żarówki światła pozycyjnego, która powinna znaleźć się na oprawce żarówki, jeżeli maksymalne napięcie zasilania żarówki wynosi 12 V.

Zadanie 24.2. (2 pkt)

Czy prąd płynący w żarówce spełnia prawo Ohma? Uzasadnij krótko swoją odpowiedź.

Zadanie 24.3. (4 pkt)

Przez każdą z żarówek włączoną w obwód światel pozycyjnych płynie prąd o natężeniu 0,345 A. Udowodnij, że wartość oporu elektrycznego opornika znajdującego się w tym obwodzie przyjmuje jedną z wartości przedziału (0,5 Ω , 8 Ω).

Zadanie 24.4. (4 pkt)

Do obwodu światel pozycyjnych dołączono równolegle do pozostałych jeszcze jedną identyczną żarówkę oświetlającą tablicę rejestracyjną. Wówczas natężenie prądu elektrycznego w obwodzie wzrosło do wartości 1,715 A, a moc każdej żarówki wynosiła 3,69 W. Oblicz napięcie na oporniku dołączonym do żarówek oraz ilość ciepła wydzielonego w oporniku w ciągu godziny świecenia żarówek.

Odp.

zadanie 24.1.

Odczytujemy z wykresu wartość natężenia prądu $I = 0,35$ A dla napięcia 12 V.

$$P = UI = 4,2 \text{ W}$$

zadanie 24.2.

Prawo Ohma nie jest spełnione, charakterystyka $I(U)$ nie jest linią prostą ($R \neq \text{const.}$).

zadanie 24.3.

Z wykresu odczytujemy wartość napięcia na żarówkach, gdy płynie prąd o wartości 0,345 A $U_z = 11$ V.

Korzystamy z II prawa Kirchhoffa: $\epsilon = U_z + IR$,

gdzie $I = 4 \cdot 0,345 \text{ A} = 1,38 \text{ A}$ jest natężeniem prądu płynącego przez opornik.

$$R = \frac{\epsilon - U_z}{I} = \frac{1V}{1,38A} = 0,72 \Omega$$

zadanie 24.4.

Obliczamy napięcie na żarówkach, wykorzystując wzór na moc prądu elektrycznego:

$$P = U_z I_z \Rightarrow U_z = \frac{P}{I_z} \text{ ale } I_z = \frac{I}{5} \text{ czyli } U_z = \frac{5P}{I} = 10,76 \text{ V}$$

Napięcie na oporniku ma wartość:

$$U_R = \epsilon - U_z = 1,24 \text{ V}$$

Obliczamy wydzielone na oporniku ciepło

$$Q = UI t = 7655,8 \text{ J} = 7,66 \text{ kJ}$$

Zadanie 22. Opór elektryczny

Uczniowie postanowili sprawdzić, od czego i w jaki sposób zależy opór przewodnika. W pracowni fizycznej znaleźli kilka rodzajów opornic wykonanych z różnych przewodników. Tabela 3. opisuje własności tych opornic:

Przewodnik	Długość drutu [m]	Opór właściwy [Ωm]	Pole przekroju drutu [mm^2]
Miedź [Cu]	120	$1,78 \cdot 10^{-8}$	0,1
Aluminium [Al]	120	$2,79 \cdot 10^{-8}$	0,1
Cyna [Sn]	120	$12 \cdot 10^{-8}$	0,1

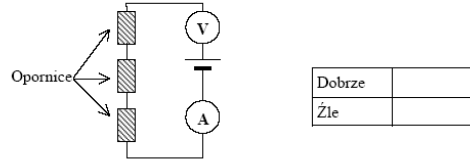
Tabela 3.

22.1 (3 pkt)

W celu wyznaczenia zależności oporu przewodnika od jego długości, uczniowie zaproponowali zbudowanie trzech różnych układów pomiarowych. Wyraż swoje zdanie na temat przydatności każdego z tych układów pomiarowych, wstawiając w odpowiednie miejsce znak X.

Sposób nr 1

A. Zbudowanie następującego układu:



B. Zmierzenie napięcia i natężenia prądu w układzie pomiarowym jak na rysunku, z trzema identycznymi opornicami, wykonanymi z tego samego materiału.

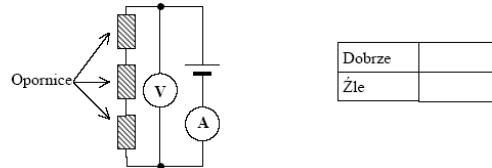
C. Wyznaczenia oporu.

D. Powtórzenie czynności B i C w tym samym układzie pomiarowym dla dwóch i jednej opornicy.

E. Sporządzenie wykresu zależności oporu R od długości przewodnika i wyciągnięcie wniosków.

Sposób nr 2

A. Zbudowanie następującego układu:



B. Zmierzenie napięcia i natężenia prądu w układzie pomiarowym jak na rysunku, z trzema identycznymi opornicami, wykonanymi z tego samego materiału.

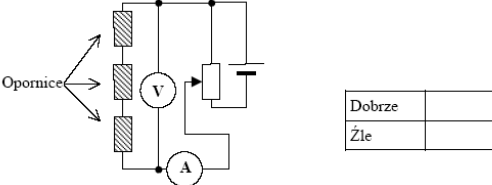
C. Wyznaczenia oporu.

D. Powtórzenie czynności B i C w tym samym układzie pomiarowym dla dwóch i jednej opornicy.

E. Sporządzenie wykresu zależności oporu R od długości przewodnika i wyciągnięcie wniosków.

Sposób nr 3

A. Zbudowanie następującego układu:



B. Zmierzenie napięcia i natężenia prądu w układzie pomiarowym jak na rysunku, z trzema identycznymi opornicami, wykonanymi z tego samego materiału.

C. Zmniejszenie przy pomocy opornicy suwakowej napięcia przyłożonego do opornic.

D. Powtórzenie pomiarów z punktu B.

E. Wyznaczenie oporu dla każdego pomiaru natężenia i napięcia.

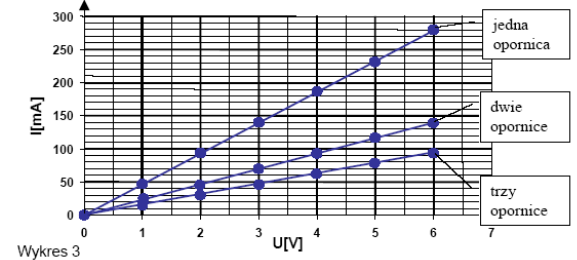
F. Powtórzenie czynności B, C, D, E w tym samym układzie pomiarowym dla dwóch i jednej opornicy.

G. Sporządzenie wykresu zależności oporu R od długości przewodnika i wyciągnięcie wniosków.

Poniższy tekst i rysunek odnoszą się do punktów 22.2 i 22.3.

Uczniowie przeprowadzili pomiary zależności natężenia prądu od napięcia dla jednej, dwóch i trzech opornic, łączonych szeregowo.

Narysowali wykresy zależności natężenia prądu płynącego przez opornice od napięcia:



Wykres 3

22.2 (1 pkt)

Jak sądzisz, którym sposobem uczniowie przeprowadzali pomiary?

22.3 (1 pkt)

Oblicz, na podstawie wykresu 3, opór pojedynczej, dwóch i trzech opornic połączonych szeregowo.

22.4 (1 pkt)

Do tabeli nr 4 wstaw wartości długości przewodnika i jego oporu dla jednej, dwóch i trzech jednakowych opornic połączonych szeregowo. Oszacuj jaki będzie opór czterech jednakowych opornic połączonych szeregowo.

Liczba opornic	1	2	3	4
Długość drutu [m]	120			
$R_{\text{całk.}} [\Omega]$	21			

Tabela nr 4

22.5 (3 pkt)

Narysuj wykres zależności oporu przewodnika R od jego długości l . Posłuż się danymi z zadania 22.4.

Poniższy tekst odnosi się do punktów 22.6 – 22.8.

Zaproponuj, jak powinno przebiegać doświadczenie, które sprawdziłoby zależność oporu przewodnika od jego pola przekroju poprzecznego.

22.6 (3 pkt)

Narysuj trzy schematy układów pomiarowych z różną liczbą opornic wykonanych z tego samego rodzaju przewodnika (o tej samej długości i polu przekroju poprzecznego). Do dyspozycji masz elementy obwodu występujące w poprzednich poleceniach.

22.7 (2 pkt)

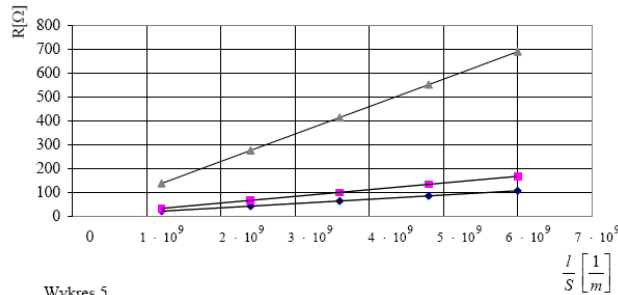
Opisz, jakie wielkości fizyczne będziesz mierzył i w jaki sposób dla każdego z obwodów wyznaczysz opór?

22.8 (3 pkt)

Zaprojektuj tabelę pomiarową dla tego eksperymentu.

22.9 (3 pkt)

Uczniowie, mając do dyspozycji opornice wykonane z drutów o jednakowych długościach i tym samym polu przekroju, ale wykonane z różnych materiałów, wyznaczyli doświadczalną zależność oporu R od stosunku długości przewodnika do pola przekroju tego przewodnika l/S . Wskaż na wykresie nr 5, która prosta odpowiada przewodnikowi miedzanemu, która aluminium, a która wykonanemu z cyny? Napisz odpowiednie symbole Cu, Al, Sn przy odpowiednich prostych.



Wykres 5.

Odp.

22.1	Sposób nr 1 – źle Sposób nr 2 – dobrze Sposób nr 3 – dobrze	1p – poprawna odpowiedź 1p – poprawna odpowiedź 1p – poprawna odpowiedź
22.2	Sposób nr 3	1p – poprawna odpowiedź
22.3		1p – podanie trzech poprawnych wartości (dopuszczalna jest tolerancja obliczonej wartości R)
22.4	1 – 21 Ω 2 – 42 Ω 3 – 63 Ω 4 – 84 Ω	1p – poprawna odpowiedź (zdający może wykorzystać wyniki z zadania 22.3)
22.5	narysowanie wykresu	1p – wybór osi i skali 1p – naniesienie punktów 1p – poprowadzenie prostej
22.6	poprawnie narysowane schematy	1p – narysowanie poprawnego obwodu z jedną opornicą 1p – narysowanie poprawnego obwodu z dwoma opornicami połączonymi równolegle 1p – narysowanie poprawnego obwodu z trzema opornicami połączonymi równolegle
22.7	Natężenie prądu płynącego przez opornice i napięcie na opornicach. Dane te są potrzebne do wyznaczenia oporu przewodnika $R = \frac{U}{I}$	1p – natężenie prądu i napięcie 1p – odwołanie się do prawa Ohma
22.8	zaprojektowanie tabeli	1p – uwzględnienie konieczności pomiaru natężenia 1p – uwzględnienie konieczności pomiaru napięcia 1p – uwzględnienie pomiarów dla trzech oporników
22.9	poprawne napisanie symboli (od góry Sn, Al, Cu)	3p – po jednym punkcie za każdą poprawną odpowiedź

Liczba opornic	U[V]	I[A]	
1			
2			
3			

Zadanie 24. Żaróweczki (11 pkt)

W celu oświetlenia gabloty zmontowano zestaw składający się ze 100 żarówek połączonych szeregowo. Za pomocą miernika uniwersalnego zmierzono:

- omomierzem opór całego układu – 160 Ω,
- woltomierzem napięcie w gniazdku sieci elektrycznej – 230 V,
- miliamperomierzem natężenie prądu w zestawie lampek podłączonym do gniazdka – 180 mA.

24.1 (1 pkt)

Zapisz, jak należy podłączyć amperomierz w celu pomiaru natężenia prądu w zestawie oświetleniowym.

24.2 (1 pkt)

Oblicz opór jednej żarówki wynikający z pomiaru omomierzem.

24.3 (2 pkt)

Oblicz opór jednej żarówki w czasie świecenia.

24.4 (2 pkt)

Oblicz stosunek wartości oporu podczas świecenia i otrzymanej z pomiaru omomierzem. Wyjaśnij, dlaczego wartości tych oporów nie są równe.

24.5 (2 pkt)

Jedna żaróweczka przepaliła się. Oblicz, jakie napięcie nominalne powinna mieć nowa żarówka. W sprzedaży dostępne były jedynie żaróweczki z napisami: 3 V oraz 0,21 W. Oblicz opór zakupionej żaróweczki świecącej w warunkach zgodnych z podanymi na niej informacjami.

24.6 (3 pkt)

Nową żaróweczkę zamontowano do zestawu. Zapisz, jaki będzie wpływ nowej żarówki na jasność świecenia pozostałych żarówek. Uzasadnij swoje przewidywania dotyczące działania żaróweczki po podłączeniu zestawu oświetleniowego do gniazdka (przepali się czy będzie świeciła normalnie?).

Odp.

24.1	Amperomierz należy podłączyć szeregowo.	1
24.2	Obliczenie oporu: $R = \frac{160\Omega}{100} = 1,6\Omega$	1
24.3	Obliczenie oporu całego zestawu : $R = \frac{230\text{ V}}{0,18\text{ A}} \approx 1278\Omega$ Obliczenie oporu jednej żarówki: $R \approx 12,78\Omega$	1 1
24.4	Porównanie oporów: $x = \frac{12,78\Omega}{1,6\Omega} \approx 8$ Wyjaśnienie, że wzrost temperatury włókna żarówki powoduje zwiększenie oporu włókna.	1 1
24.5	Obliczenie napięcia nominalnego jednej żarówki: $U = 2,3\text{ V}$ Obliczenie oporu zakupionej żarówki: $R_x = \frac{U^2}{P} = \frac{9\text{ V}^2}{0,21\text{ W}} \approx 42,86\Omega$ Pozostałe żarówki będą świecić słabiej.	1 1 1
24.6	Obliczenie nominalnego natężenia prądu nowej żarówki: $I = 0,07\text{ A}$ Stwierdzenie, że żarówka się przepali (może ulec przepaleniu), ponieważ popłynie przez nią większy prąd niż ten, do jakiego jest dostosowana. (możliwe jest uzasadnienie wynikające z przekroczenia napięcia lub mocy)	1 1

Zadanie 26. Silnik elektryczny (10 pkt)

Silnik elektryczny na prąd stały zasilany jest z baterii o SEM $\mathcal{E} = 12\text{ V}$. Podczas pracy silnika przez jego uzwojenia płynie prąd o natężeniu $I = 2\text{ A}$, natomiast gdy wirnik tego silnika jest całkowicie zahamowany, przez jego uzwojenie płynie większy prąd o natężeniu $I_0 = 3\text{ A}$. Opór wewnętrzny baterii pomijamy.

26.1 (2 pkt)

W tym obwodzie występują siły elektromotoryczne baterii i indukcji. Określ i uzasadnij, czy te SEM skierowane są zgodnie, czy przeciwnie (nie uwzględniamy SEM samoindukcji).

26.2 (1 pkt)

Zapisz prawo Ohma dla tego obwodu.

26.3 (1 pkt)

Podaj, jakie są wartości obu SEM, gdy wirnik jest nieruchomy.

26.4 (1 pkt)

Oblicz wartość oporu omowego uzwojenia silnika.

26.5 (1 pkt)

Podczas pracy silnika część energii jest tracona z powodu wydzielania się ciepła w uzwojeniu, ze względu na niezerowy opór omowy. Oblicz moc traconą w ten sposób podczas pracy silnika.

26.6 (2 pkt)

Oblicz moc użyteczną silnika (jest to moc prądu w obwodzie pomniejszona o moc traconą z powodu strat ciepłych), gdy przez jego uzwojenie płynie prąd o natężeniu $I = 2\text{ A}$.

26.7 (2 pkt)

Oblicz sprawność silnika w warunkach opisanych w zadaniu 26.6.

Odp.

26.1	Stwierdzenie, że w obwodzie występują: SEM baterii $\mathcal{E}$ i przeciwnie skierowana SEM indukcji $\mathcal{E}_{\text{ind}}$. Powołanie się na regułę Lenza lub inne poprawne wyjaśnienie.	1 1
26.2	Zapisanie prawa Ohma dla tego obwodu: $\mathcal{E} = IR + \mathcal{E}_{\text{ind}}$	1
26.3	Zauważenie, że gdy wirnik jest nieruchomy: $\mathcal{E} = 12\text{ V}$ i $\mathcal{E}_{\text{ind}} = 0$	1
26.4	Powołanie się na definicję oporu z uwzględnieniem siły elektromotorycznej baterii: $R = \frac{\mathcal{E}}{I_0} = 4\Omega$	1
26.5	Obliczenie mocy: $P = I^2 R = \frac{\mathcal{E}I^2}{I_0} = 16\text{ W}$	1
26.6	Określenie wzoru na moc użyteczną: $P_{\text{uz}} = P_{\text{wt}} - P_{\text{str}} = \mathcal{E}I - \frac{\mathcal{E}^2}{I_0}$ Obliczenie mocy użytecznej: $P_{\text{uz}} = 8\text{ W}$	1 1
26.7	Określenie sprawności: $\eta = \frac{P_{\text{uz}}}{P_{\text{calc}}} \cdot 100\% = \frac{\mathcal{E} - \frac{\mathcal{E}I}{I_0}}{\mathcal{E}} \cdot 100\%$ Obliczenie sprawności: $\eta = \frac{1}{3} \cdot 100\% \approx 33\%$	1 1

Zadanie 23. Ogrzewacz wody (10 pkt)

Turystyczny ogrzewacz wody zasilany jest z akumulatora samochodowego. Element grzejny wykonano na bocznej powierzchni szklanego naczynia mającego kształt walca. Element grzejny tworzy kilka zwojów przewodzącego materiału w postaci paska o szerokości 4 mm i grubości 0,1 mm. Całkowita długość elementu grzejnego wynosi 0,628 m. Opór elektryczny elementu grzejnego jest równy 0,60 Ω. Siła elektromotoryczna akumulatora wynosi 12,6 V, a jego opór wewnętrzny jest równy 0,03 Ω.

23.1 (3 pkt)

Oblicz moc elementu grzejnego wykorzystywanego w ogrzewaczu w sytuacji opisanej w treści zadania.

Odp.

$P = UI$, oraz $U = IR$, zatem $P = I^2 R$	$I = \frac{\mathcal{E}}{R_z + R_w}$
$P = (20\text{ A})^2 \cdot 0,6\Omega$	$I = \frac{12,6\text{ V}}{0,6\Omega + 0,03\Omega}$
$P = 240\text{ W}$	$I = 20\text{ A}$

23.2 (2 pkt)

Wykaż, że opór właściwy elementu grzejnego ma wartość około $3,8 \cdot 10^{-7} \Omega \cdot m$.

Odp.

$$R = \frac{\rho l}{S}, \quad \text{gdzie} \quad S = a \cdot b \quad a = 4 \text{ mm}, \quad b = 0,1 \text{ mm}.$$

$$\rho = \frac{R S}{l}$$

$$\rho = \frac{R a b}{l}$$

$$\rho = \frac{0,6 \Omega \cdot 0,004 \text{ m} \cdot 0,0001 \text{ m}}{0,628 \text{ m}}$$

$$\rho = 3,82 \cdot 10^{-7} \Omega \cdot m$$

23.3 (3 pkt)

Oszacuj, ile razy wydłuży się czas potrzebny do zagotowania wody, jeżeli napięcie na zaciskach elementu grzejnego zmaleje o 20%. Załóż, że opór elektryczny elementu grzejnego jest stały, a straty ciepła w obu sytuacjach są pomijalne.

Odp.

$$W = UI \Delta t \quad i \quad U = IR, \quad \text{zatem} \quad W = \frac{U^2}{R} \Delta t$$

Wykonana praca jest w obu wypadkach taka sama, zatem

$$W = \frac{U_1^2}{R} \Delta t_1 = \frac{U_2^2}{R} \Delta t_2, \quad \text{skąd}$$

$$\frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} = \frac{U_1^2}{U_2^2}, \quad \text{ponieważ} \quad U_2 = 0,8 U_1$$

$$\frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} = \frac{U_1^2}{(0,8 U_1)^2}$$

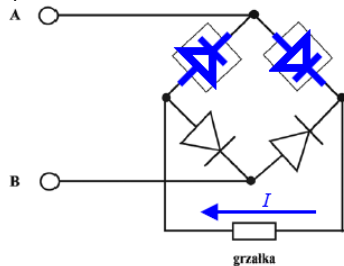
$$\frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} \approx 1,56$$

23.4 (2 pkt)

Ogrzewacz może być zasilany ze źródła prądu przemiennego poprzez układ prostowniczy. Do zacisków A i B układu doprowadzono z transformatora napięcie przemiennie. Narysuj na schemacie, w miejscach zaznaczonych prostokątami, brakujące elementy półprzewodnikowe tak, aby przez grzałkę płynął prąd wyprostowany dwupółłukowo*). Oznacz na schemacie za pomocą strzałki kierunek przepływu prądu przez grzałkę.

*) wyprostowany dwupółłukowo – prąd płynie przez grzałkę w obu półokresach

Odp.



Zadanie 22. Opór zewnętrzny (8 pkt)

a) Mając do dyspozycji: amperomierz, woltomierz, opornicę suwakową i ogniwo, narysuj układ pomiarowy, za pomocą którego można wyznaczyć zależność mocy wydzielanej w obwodzie zewnętrznym od oporu zewnętrznego. (1 pkt)

b) W poniższej tabeli podano wartości oporu zewnętrznego R, wyniki pomiarów natężenia prądu I, napięcia U oraz obliczone wartości mocy P wydzielanej na oporze zewnętrznym. Tabela zawiera jednak luki. Korzystając z danych podanych w tabeli oblicz i wstaw w puste miejsca brakujące wartości. (2 pkt)

R [Ω]	0		0,5	1	2	4	6	
I [A]	6	5	4	3		1,2		0,5
U [V]	0	1			4	4,8	5,16	5,5
P [W]		5	8	9	8		4,44	2,75

c) Wykorzystując dane z tabeli z drugiej części zadania, sporządź wykres zależności mocy wydzielanej w obwodzie zewnętrznym od wartości oporu zewnętrznego. Na podstawie otrzymanego wykresu podaj, dla jakiej wartości oporu zewnętrznego wydajność ogniwa jest największa oraz podaj przybliżoną wartość oporu wewnętrznego tego ogniwa. (5 pkt)

Odp.

a)	Poprawne narysowanie schematu połączeń.	1	1	Na schemacie musi zostać umieszczony symbol opornicy suwakowej a nie opornika.
b)	Poprawne wyliczenie brakujących wartości R, I, U i P przy wykorzystaniu danych zawartych w tabeli. R – 0,2 Ω oraz 11 Ω I – 2 A oraz ~0,86 A U – 2 V oraz 3 V P – 0 W oraz ~5,76 W	2	2	1 pkt za każde cztery poprawnie policzone wartości.
	Wyskalowanie i opisanie osi wykresu P = f(R).	1		
	Naniesienie punktów pomiarowych.	1		
	Sporządzenie wykresu.	1		Wykres powinien być linią ciągłą wyglądającą.
c)	Odczytanie z wykresu, że dla R = 1 Ω wartość wydzielanej mocy jest największa – wydajność źródła jest zatem też największa.	1	5	
	Podanie wartości oporu wewnętrznego ogniwa jako równej wartości oporu zewnętrznego, przy którym wydajność jest największa. R _w = 1 Ω.	1		Wystarczy, że zostanie podana informacja, że R _w = R, przy którym ogniwo ma największą wydajność.

Zadanie 24. (10 pkt) TERMOMETR OPOROWY

W tabeli przedstawiono wyniki pomiarów oporu elektrycznego zwojnicy miedzianej przy różnych temperaturach jej otoczenia.

Temperatura t (°C)	20	30	40	50	60
Opór elektryczny R (Ω)	86	90	93	96	100

Pomiarów dokonano z dokładnością: Δt = ±1°C, ΔR = ±1Ω.

a) (4 pkt) Wykorzystując dane zamieszczone w tabeli i korzystając z umieszczonej niżej siatki, sporządź wykres zależności oporu elektrycznego zwojnicy od jej temperatury, równej temperaturze otoczenia. Nanieś na wykres niepewności wyznaczenia temperatury i oporu. Uwaga: przed rozpoczęciem skalowania wykresu przeczytaj dokładnie całe zadanie.

b) (1 pkt) Na podstawie wykresu wyznacz opór elektryczny zwojnicy w temperaturze 0°C.

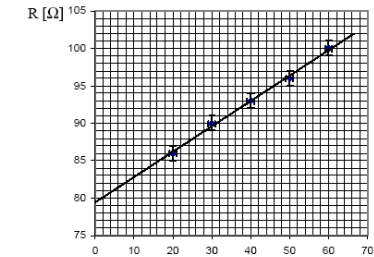
c) (3 pkt) Ogólne równanie prostej na wykresie ma postać R_t = R₀(1+αt). Na podstawie wykresu wyznacz wartość współczynnika α.

d) (2 pkt) Zwojnicę opisaną w zadaniu zanurzono do wody i wyznaczono jej opór - wynosił on wtedy 105 Ω. Wyznacz temperaturę wody.

Odp.

- opis i wyskalowanie osi - 1 p
- naniesienie prawidłowe punktów na wykres - 1p
- zaznaczenie prawidłowe niepewności pomiarowych - 1p
- prawidłowe poprowadzenie prostej - 1 p

a)



4

b)	Prawidłowe odczytanie i zapisanie oporu (około 79,5Ω) w temperaturze 0°C Uwaga: wyniki mogą się nieco różnić – muszą wynikać z wykresu. Zapisanie zależności oporu od temperatury w postaci R = R ₀ + R ₀ αt	1	1
c)	Odczytanie z wykresu wartości oporu w przykładowej temperaturze t Obliczenie z równania R(t) współczynnika α = 0,0042 1/K	1	1
d)	Przekształcenie zależności R = R ₀ + R ₀ αt ⇒ t = $\frac{R - R_0}{R_0 \alpha}$ Obliczenie temperatury zwojnicy t = 75 °C. Uwaga: wyniki mogą się nieco różnić – muszą wynikać z wykresu.	1	1

Zadanie 26. Grzałka (12 pkt)

- a) Opisz wszystkie zjawiska, jakie doprowadzają do zagotowania wody za pomocą grzałki. (3 pkt)
- b) Za pomocą dwóch jednakowych grzałek o oporze R_g każdą ogrzewamy tę samą masę wody od temperatury pokojowej do temperatury wrzenia, włączając je do sieci o napięciu U raz połączone szeregowo i drugi raz połączone równolegle. Przy którym połączeniu woda zagotuje się szybciej, jeśli w obu przypadkach straty ciepła są takie same? (6 pkt)
- c) Oblicz moc wydzieloną na grzałce, przyjmując jej opór R_g = 39 Ω, całkowity opór przewodów doprowadzających R = 1 Ω, napięcie sieci U = 220V. (2 pkt)
- d) Jaka jest sprawność grzałki, jeśli straty ciepła występują jedynie na przewodach doprowadzających? (1 pkt)

Odp.

a) Zjawiska: ciepło wydzielone na oporze przekazywane jest cząsteczkom wody, rośnie ich energia wewnętrzna (kinetyczna), a więc temperatura. Po osiągnięciu temperatury wrzenia ciepło powoduje wzrost odległości między cząsteczkami (rośnie energia potencjalna cząsteczek) zachodzi parowanie całej objętości.

3 p. – opis zjawisk, jakie zachodzą w czasie tego procesu

b) $R_{sz} = R + R = 2R$ $Q_1 = \frac{U^2}{2R} t_1$ $\frac{1}{R_f} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} \Rightarrow R_f = \frac{R}{2}$ $Q_2 = \frac{2U^2}{R} t_2$ $\frac{U^2}{2R} t_1 = \frac{2U^2}{R} t_2$ $t_1 = 4t_2$	1 p. – zapisanie wzoru na opór zastępczy szeregowy; 1 p. – zapisanie wzoru na wydzielone ciepło; 1 p. – zapisanie wzoru na opór zastępczy równoległy; 1 p. – zapisanie wzoru na wydzielone ciepło; 1 p. – przyrównanie wydzielonego ciepła; 1 p. – wyznaczenie zależności między czasem t_1 i t_2
c) $P = I^2 R_g \text{ i } I = \frac{U}{R + R_g} \Rightarrow P = \frac{U^2 R_g}{(R + R_g)^2} \approx 1180 [W]$	1 p. – obliczenie mocy grzałki; 1 p. – rachunek na jednostkach
d) $\eta = \frac{W_{otrzymane}}{W_{całkowite}} = \frac{I^2 R_g t}{I^2 (R + R_g) t} \cdot 100\%$ $= \frac{39}{40} \cdot 100\% = 97,5\%$	1 p. – obliczenie sprawności grzałki

Zadanie 25. Akumulator (10 pkt)

Typowy akumulator kwasowo-żelowy stosowany w zasilaczach awaryjnych (tzw. UPS-ach) dla pojedynczych stanowisk komputerowych posiada pojemność 7 Ah. Oznacza to, że po pełnym naładowaniu może on dostarczać prądu stałego o natężeniu 7 A w czasie 1 godziny. Po rozładowaniu akumulator wymaga ponownego naładowania.

25.1 (2 pkt)

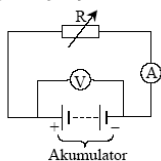
Oblicz ładunek elektryczny, jaki przepływnie w obwodzie podczas rozładowywania całkowicie naładowanego akumulatora. Wynik podaj w kulombach.

25.2 (2 pkt)

Po zaniku napięcia w sieci energetycznej zasilacz awaryjny rozpoczął zasilanie stanowiska komputerowego pobierającego moc 180 W. Oblicz czas pracy zasilacza awaryjnego. Załóż, że akumulator jest całkowicie naładowany, napięcie na zaciskach akumulatora jest stałe i wynosi 12 V oraz przyjmij 100 % sprawność układu zasilającego.

25.3 (4 pkt)

Podczas badania właściwości wyeksploatowanego akumulatora zastosowano układ pomiarowy przedstawiony na poniższym rysunku.



Wyniki pomiarów zamieszczono w tabeli.

$I [A]$ $\Delta I = \pm 0,5 A$	5,5	9,5	13,5	18,5	24,0	26,0
$U [V]$ $\Delta U = \pm 0,5 V$	12,0	10,5	8,0	6,0	3,5	1,5

Sporządź wykres zależności napięcia, jakie wskazuje woltomierz, od natężenia czerpanego z akumulatora prądu. Zaznacz niepewności pomiarowe.

25.4 (2 pkt)

Korzystając z wykresu:

a) wyznaczyć i zapisać wartość SEM,

b) obliczyć opór wewnętrzny akumulatora.

Odp.

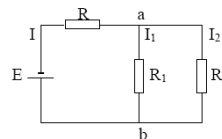
25.1	Skorzystanie ze wzoru $Q = I \cdot t$ i wyrażenie czasu w sekundach Podanie wyniku wraz z jednostką ($Q = 25200 \text{ C}$)	1p.	2p.
25.2	Zastosowanie równań opisujących moc i pojemność akumulatora i przekształcenie ich do postaci umożliwiającej obliczenie czasu $Q = It$, $P = UI$, $t = \frac{Q}{P}$ Obliczenie wartości czasu i podanie wraz z jednostką ($t = 1680 \text{ s} = 28 \text{ min} \approx 0,4(6) \text{ h}$)	1p.	2p.
25.3	 Opisanie i wyskalowanie osi Zaznaczenie punktów pomiarowych Naniesienie niepewności pomiarowych Wykreślenie krzywej Określenie (z wykresu) wartości siły elektromotorycznej ($\mathcal{E} = 15 \text{ V}$) Obliczenie wartości oporu w oparciu o wykres ($R_w = 0,5 \Omega$)	1p. 1p. 1p. 1p. 1p. 1p.	4 p.
25.4	Obliczenie wartości oporu w oparciu o wykres ($R_w = 0,5 \Omega$)	1p.	2 p.

Uczeń może podać inną wartość SEM, ale musi to być wartość odczytana z wykresu.

Uczeń może obliczyć wartość oporu dowolną metodą.

Zadanie 27. Obwód elektryczny (12 punktów)

W obwodzie elektrycznym przedstawionym na rysunku, $E = 12 \text{ V}$, $R = 18 \Omega$, $R_1 = 30 \Omega$, $R_2 = 20 \Omega$.



27.1 (3 punkty)

Oblicz opór zastępczy układu oporników. Przedstaw poszczególne etapy przekształcania obwodu i obliczeń.

27.2 (4 punkty)

Oblicz natężenia prądów: I , I_1 , I_2 .

27.3 (1 punkt)

Oblicz moce wydzielane w poszczególnych opornikach.

27.4 (4 punkty)

Wykaż, że jeżeli założymy, że $R = R_1 = R_2$, to w oporniku R będzie wydzielala się największa moc i wylicz, ile razy będzie ona większa od mocy wydzielanej w R_1 .

Odp.

27.1	 $R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 12 \Omega$ $R_c = R + R_{12} = 30 \Omega$ $I = \frac{E}{R_c} = 0,4 \text{ A}$ $U_{ab} = R_{12} \cdot I = 4,8 \text{ V}$ $I_1 = \frac{U_{ab}}{R_1} = 0,16 \text{ A}$ $I_2 = \frac{U_{ab}}{R_2} = 0,24 \text{ A}$	1 1 1 1 1 1 1
------	--	---------------------------------

27.3	$P = I^2 R = 2,88 \text{ W}$ $P_1 = I_1^2 R_1 = 0,77 \text{ W}$ $P_2 = I_2^2 R_2 = 1,15 \text{ W}$	
27.4	$P = \frac{\mathcal{E}^2}{4R}$ $P_1 = P_2 = \frac{\mathcal{E}^2}{8R}$ $\frac{P}{P_1} = 4$ Największa moc będzie wydzielala się w oporniku R. Będzie ona czterokrotnie większa od mocy wydzielającej się w opornikach R_1 i R_2 .	1 1 1 1

Zadanie 3. Potencjometr suwakowy (12 pkt)

Potencjometr suwakowy to opornik z możliwością regulacji wartości oporu elektrycznego przez użytkownika. Regulacji tej dokonuje się poprzez zmianę położenia styku suwaka/slizgacza. Potencjometr wykonuje się z np. z drutu oporowego nawijając go równomiernie na walcu do izolatora. Dwa skrajne wyprowadzenia oznaczono przez A i B, trzecie C środkowe jest połączone ze suwakiem/slizgaczem.

Potencjometr działa jak dzielnik napięcia. Typowym zastosowaniem potencjometrów jest regulacja napięcia w urządzeniach elektrycznych lub w układach elektronicznych odbiorników radiowych i telewizyjnych. Poniżej przedstawiono zdjęcie potencjometru suwakowego i jego schemat elektryczny.



3.1 (3 pkt)

W pewnym doświadczeniu z wykorzystaniem potencjometru napięcie na zaciskach A i B wynosiło 12 V, a natężenie prądu płynącego przez potencjometr miało wartość 0,12 A. Oblicz długość użytego do wykonania potencjometru drutu oporowego, wiedząc, że wykonano go z drutu chromonikielowego o polu przekroju poprzecznego $0,5 \text{ mm}^2$, a opór właściwy chromonikieliny jest równy $1 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}$.

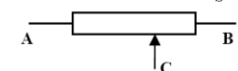
3.2 (3 pkt)

Oblicz opór wewnętrzny akumulatora dołączonego do zacisków A i B. Przyjmij, że całkowity opór potencjometru, dołączonego do akumulatora o siłę elektromotorycznej 12,6 V, wynosił 100 Ω , a natężenie prądu płynącego w obwodzie wynosiło 0,12 A.

3.3 (3 pkt)

Oblicz, w jakim stosunku są długości obu odcinków potencjometru (AC/CB).

Narysuj schemat tego obwodu elektrycznego. Uwzględnij w schemacie woltomierz oraz amperomierz włączone tak, aby umożliwiały pomiar napięcia na zaciskach żarówki i natężenia prądu płynącego przez żarówkę.



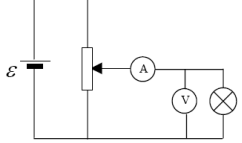
Zad. 3.4 (3 pkt)

W celu zbadania własności elektrycznych włókna żarówki zbudowano układ pomiarowy zawierający akumulator, woltomierz, amperomierz, potencjometr, żarówkę i przewody połączeniowe, który umożliwia zmianę napięcia na zaciskach żarówki od 0 V do wartości maksymalnej (a przez to zmianę jasności jej świecenia).

Narysuj schemat tego obwodu elektrycznego. Uwzględnij w schemacie woltomierz oraz amperomierz włączone tak, aby umożliwiały pomiar napięcia na zaciskach żarówki i natężenia prądu płynącego przez żarówkę.

Odp.

3.1	Obliczenie wartości oporu potencjometru $R = 100 \Omega$.	1
	Skorzystanie z zależności $R = \rho \frac{l}{S}$ i otrzymanie wyrażenia $l = \frac{R S}{\rho}$.	1
	Obliczenie długości drutu $l = 50 \text{ m}$.	1
3.2	Zastosowanie rozszerzonego prawa Ohma $\mathcal{E} = I(R + r)$.	1
	Przekształcenie do postaci $r = \frac{\mathcal{E} - IR}{I}$.	1
	Obliczenie wartości oporu wewnętrznego akumulatora $r = 5 \Omega$.	1

	Zapisanie $\frac{U_{AC}}{U_{CB}} = \frac{R_{AC}}{R_{CB}}$.	1
3.3	Skorzystanie z zależności $R = \rho \frac{l}{S}$ i zapisanie $\frac{U_{AC}}{U_{CB}} = \frac{l_{AC}}{l_{CB}}$.	1
	Obliczenie stosunku długości odcinków potencjometru $\frac{l_{AC}}{l_{CB}} = 2$.	1
3.4	Narysowanie schematu układu. 	
	Prawidłowe dołączenie woltomierza (równolegle do zacisków żarówki).	1
	Prawidłowe dołączenie amperomierza (szeregowo z żarówką).	1
	Prawidłowe dołączenie potencjometru (umożliwiające zmianę napięcia od 0 V do wartości maksymalnej).	1

Zadanie 24. (Kuchenka)

Kuchenkę elektryczną pobierającą prąd o natężeniu skutecznym $I_k = 10$ A przy napięciu skutecznym $U_s = 220$ V przyłączono do sieci w miejscu, gdzie znajdował się licznik energii elektrycznej. Odległość między licznikiem a kuchnią była taka, że do podłączenia kuchenki właściciel zużył $l = 100$ m pojedynczego, miedzianego przewodu. Instalację wykonał stosując przewód o przekroju $s = 1 \text{ mm}^2 (= 10^{-6} \text{ m}^2)$. Opór właściwy miedzi wynosi $\rho = 0,017 \Omega \text{ mm}^2/\text{m} = 0,017 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}$.

24.1 (0-4 pkt)

Instalację kuchenki po jej podłączeniu sprawdzał monter elektryk. Zmierzyl on najpierw amperomierzem natężenie skuteczne prądu płynącego przez kuchenkę. Jaki wynik otrzymał?

24.2 (0-1 pkt)

Następnie zmierzyl woltomierzem napięcie skuteczne na zaciskach kuchenki podczas jej działania. Jaki wynik otrzymał?

24.3 (0-1 pkt)

Monter uważał, że do wykonania instalacji właściciel użył przewodu o niewłaściwym przekroju. Chcąc przekonać o tym właściciela kuchenki, monter obliczył moc P , która wydziela się w kuchence. Podaj to obliczenie.

24.4 (0-1pkt)

Następnie obliczył moc P' , która rozprasa się bezużytecznie w przewodzie doprowadzającym. Podaj to obliczenie.

24.5 (0-2 pkt)

Na koniec monter obliczył, ile energii E wydzieli się w kuchence podczas 100 godzin pracy. Jaki wynik uzyskał? Wyraż go w kWh.

24.6 (0-2 pkt)

Jakie zużycie energii E_0 zanotuje w tym czasie licznik?

24.7 (0-1 pkt)

Biorąc pod uwagę, że cena 1kWh ($3,6 \cdot 10^6$ J) wynosi 30 groszy, oblicz jaki jest koszt energii traconej w przewodzie zasilającym w tym czasie.

24.8 (0-2 pkt)

Doradz właścicielowi, czy przewód doprowadzający powinien być cieńszy, czy grubszy, by zmniejszyć straty energii w instalacji. Uzasadnij krótko swoją opinię.

Odp.

24.1	Opór kuchenki $R = U_k/I_k = 22 \Omega$.	1
	Opór przewodu $R' = \rho l/s = 1,7 \Omega$.	1
	Całkowity opór jest równy $R+R'$	1
	A więc natężenie prądu $I = U_s/(R+R') \approx 9,3$ A.	1
24.2	$U = I R = 204,6$ V	1
24.3	$P = RI^2 = UI \approx 1902,8$ W	1
24.4	$P' = R' I^2 \approx 147$ W	1
24.5	$E = P \cdot t \approx 190280$ Wh	1
	$E \approx 190,3$ kWh	1
24.6	$E_0 = (P+P')t$	1
	$E_0 \approx 205$ kWh	1
24.7	$0,3(\text{zł/kWh}) \cdot P' t = 4,41 \text{ zł}$	1
24.8	Przewód powinien być grubszy, będzie miał mniejszy opór i straty energii będą mniejsze	2

CZAJNIK BEZPRZEWODOWY

Na tabliczce znamionowej czajnika bezprzewodowego podano dane techniczne dotyczące grzałki tego czajnika:

220 V/1850-2200 W

Spirala grzewcza czajnika wykonana jest z chromonikieliny, której opór właściwy w temperaturze pokojowej wynosi $1,2 \cdot 10^{-6} \Omega \text{ m}$. Pole powierzchni przekroju poprzecznego drutu spirali grzewczej wynosi $0,2 \text{ mm}^2$. Przyjmij, że sprawność czajnika wynosi 60%.

Czajnik napełniono wodą o masie 2 kg i temperaturze 20°C .

Zadanie 28 (4 pkt.)

Oblicz czas potrzebny do zagotowania wody, gdy grzałka pracuje cały czas z maksymalną mocą. Wynik podaj w minutach.

Zadanie 29 (4 pkt.)

Oblicz czas potrzebny do zagotowania wody o masie 2 kg dla co najmniej czterech wartości mocy z zakresu podanego na tabliczce znamionowej. Sporządź wykres zależności czasu potrzebnego do zagotowania wody od mocy czajnika, wykorzystując obliczone wartości.

Zadanie 30 (5 pkt.)

Oblicz długość przewodu, z którego wykonano spiralę grzewczą czajnika wiedząc, że w momencie włączenia zasilania czajnik pracuje z maksymalną mocą.

Zadanie 31 (2 pkt.)

Napisz, jak w rzeczywistości zmienia się moc czajnika bezprzewodowego wraz ze wzrostem temperatury spirali grzewczej czajnika. Przyjmij, że wartość oporu wzrasta wprost proporcjonalnie do temperatury. Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 32 (2 pkt.)

Ustal, czy następujące stwierdzenie jest prawdziwe: *Niezależnie od czynników atmosferycznych woda wrze zawsze w temperaturze 100°C .* Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 33 (2 pkt.)

Podaj przyczynę powodującą zmniejszenie sprawności czajnika wraz z upływem czasu eksploatacji. Odpowiedź uzasadnij.

Odp.

Zadanie 28 (4 punkty)

- zastosowanie wzoru na sprawność – **1 punkt**
- zastosowanie wzoru na pracę prądu – **1 punkt**
- zastosowanie wzoru na ciepło potrzebne do zagotowania wody – **1 punkt**
- podanie wyniku wraz z jednostką (8,48 min) – **1 punkt**

Zadanie 29 (4 punkty)

- oznaczenie i wyskalowanie osi – **1 punkt**
- naniesienie skrajnych wartości dla $P = 2200$ W i $P = 1850$ W – **1 punkt**
- naniesienie 4 punktów – **1 punkt**
- narysowanie odpowiedniej krzywej – **1 punkt**

Zadanie 30 (5 punktów)

- zastosowanie wzoru na opór właściwy – **1 punkt**
- zastosowanie wzoru na moc prądu – **1 punkt**
- zastosowanie prawa Ohma – **1 punkt**
- prawidłowa metoda rozwiązania – **1 punkt**
- podanie wyniku wraz z jednostką (3,7 m) – **1 punkt**

Zadanie 31 (2 punkty)

- podanie odpowiedzi: wraz ze wzrostem temperatury spirali grzewczej moc maleje – **1 punkt**
- podanie uzasadnienia: powołanie się na zależność $P \sim \frac{1}{R}$ – **1 punkt**

Zadanie 32 (2 punkty)

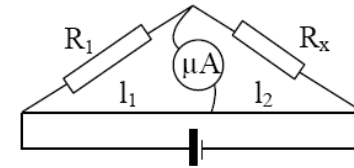
- podanie odpowiedzi: *stwierdzenie nie jest prawdziwe* – **1 punkt**
- podanie uzasadnienia: temperatura wrzenia wody zależy od ciśnienia – **1 punkt**

Zadanie 33 (2 punkty)

- podanie przyczyny np.: osadzanie się kamienia – **1 punkt**
- podanie uzasadnienia: np.: kamień stanowi izolację cieplną – **1 punkt**

„Mostek Wheatstone’a”

Chcąc doświadczalnie wyznaczyć wartość oporu nieznanego opornika, studenci posługują się układem pomiarowym zwanym mostkiem Wheatstone’a przedstawionym na rysunku. Układ składa się z: opornika o znanym oporze $R_1 = 126 \Omega$, opornika o nieznanym oporze R_x , baterii oraz jednorodnego drutu oporowego o stałym przekroju, po którym może przesuwac się przewód łączący jeden z zacisków mikroamperomierza. Aby wyznaczyć wartość nieznanego oporu, mostek musi być w stanie równowagi – mikroamperomierz wskazuje wartość zero.



25. Zaznacz kierunki prądów przepływających przez opory R_1 , R_x , l_1 , l_2 .

Odp.

- ♦ *prawidłowe zaznaczenie kierunków przepływu prądu dla wszystkich 4 elementów* **1 punkt**

26. Oblicz wartość nieznanego oporu R_x , jeśli przewód łączący mikroamperomierz i drut oporowy dzieli go w stosunku $l_1:l_2 = 2:1$.

Odp.

- ♦ *zauważenie że potencjały na zaciskach mikroamperomierza są równe* **1 punkt**

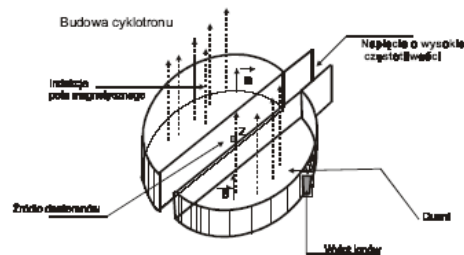
- ♦ *zapisanie praw Kirchhoffa* **1 punkt**

- ♦ *skorzystanie z zależności: $R = \rho \frac{l}{s}$* **1 punkt**

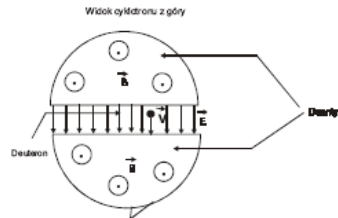
- ♦ *obliczenie R_x i podanie wartości $R_x = 63 \Omega$ wraz z jednostką* **1 punkt**

Zadanie 26. (cyklotron)

Na poniższym rysunku zamieszczono schemat wnętrza cyklotronu służącego do przyspieszania deuteronów (jąder deuteru).



W cyklotronie **jednoodne** pola: elektryczne i magnetyczne są skierowane do siebie prostopadle.



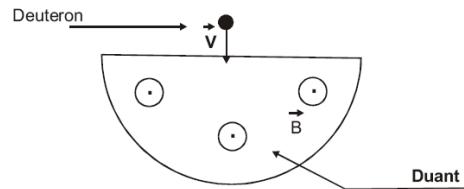
Zmieniające się pole elektryczne występuje jedynie pomiędzy duantami, a stałe pole magnetyczne - wewnątrz duantów. Masa deuteronu wynosi $m = 3,3 \cdot 10^{-27}$ kg, a ładunek $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C.

Zadanie 26.1. (4 pkt)

Miedzy duantami wytwarza się różnicę potencjałów $1,5 \cdot 10^5$ V. Deuteron wpada z duantu do pola elektrycznego równoległe do jego linii z prędkością 10^5 m/s. Oblicz wartość prędkości deuteronu po przejściu przez pole elektryczne.

Zadanie 26.2. (1 pkt)

Narysuj na schemacie tor, po którym będzie poruszać się deuteron wewnątrz duantu.



Zadanie 26.3. (3 pkt)

Promień toru deuteronu poruszającego się z prędkością $1,82 \cdot 10^7$ m/s wewnątrz duantu wynosi 0,25 m. Oblicz wartość indukcji pola magnetycznego w cyklotronie.

Zadanie 26.4. (4 pkt)

Maksymalna energia deuteronu przyspieszonego w cyklotronie wynosi 13 MeV. Oblicz pęd deuteronu wychodzącego z cyklotronu.

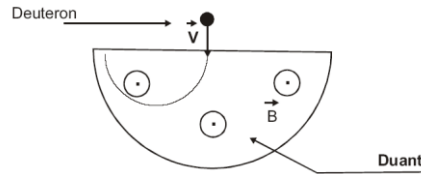
Odp.

zadanie 26.1.

Prędkość deuteronu można obliczyć korzystając z twierdzenia o pracy i energii:

$$\begin{aligned} W &= \Delta E \\ qU &= E_k - E_{k0} \\ 2qU &= mv^2 - mv_0^2 \\ v &= \sqrt{v_0^2 + \frac{2qU}{m}} \approx 3,8 \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{aligned}$$

zadanie 26.2.



zadanie 26.3.

Wykorzystujemy równanie ruchu deuteronu po okręgu i wzoru na wartość siły Lorentza;

$$F_r = \frac{mv^2}{r} \text{ oraz } F = qvB$$

przekształcamy tę równość i wyliczamy indukcję magnetyczną;

$$B = \frac{mv}{qr} = 1,5 \text{ T}$$

zadanie 26.4.

Wyrażamy energię deuteronu w dżulach $E = 20,8 \cdot 10^{-13}$ J;

zapisujemy wzory na pęd i energię kinetyczną

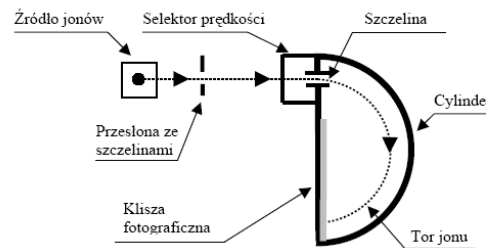
$$p = mv \text{ oraz } E_k = \frac{mv^2}{2}$$

obliczamy pęd deuteronu:

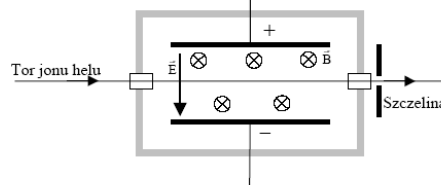
$$p = \sqrt{2mE_k} = 11,72 \cdot 10^{-20} \text{ kgm/s}$$

Zadanie 27. Spektrograf masowy (10 pkt)

Hel jest jednoatomowym chemicznie nieaktywnym gazem. Znane są cztery izotopy helu: ^3He , ^4He , ^6He , ^8He . Dwa pierwsze występują w przyrodzie i są trwałe, pozostałe są niestrawne. Rozdzielanie izotopów helu i wyznaczanie ich mas odbywa się w spektrografie masowym, którego schemat budowy prezentowany jest na rysunku. Wewnątrz cylindra panuje stałe jednorodne pole magnetyczne, w którym jony izotopów helu poruszają się po okręgach i uderzają w kliszę fotograficzną, na której pozostawiają ślad.

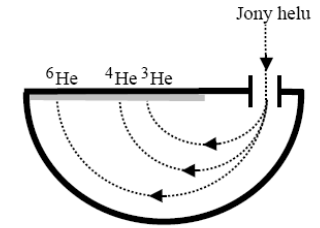


Wiązka jonów, zanim trafi do wnętrza cylindra, przechodzi przez urządzenie zwane selektorem prędkości (rys. poniżej), w którym istnieją prostopadle do siebie pola elektryczne i magnetyczne. Natężenie tych pól dobiera się w taki sposób, aby tylko te jony helu, które poruszają się z określoną prędkością nie uległy odchyleniu i mogły przejść przez szczelinę do cylindra.



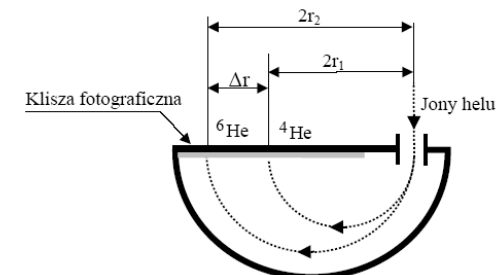
a) Wewnątrz selektora prędkości indukcja pola magnetycznego ma wartość 0,03 T. Wartość prędkości, z jaką poruszają się jony izotopów helu wynosi $1,2 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Oblicz wartość natężenia pola elektrycznego wytworzonego w selektorze. (3 pkt)

Wpadająca do cylindra wiązka jonów izotopów helu ulega w nim rozdzielaniu na poszczególne grupy jonów o jednakowej masie. Wszystkie jony helu wpadające do cylindra spektrografu mają taki sam ładunek, zatem im większa jest ich masa, tym większy jest promień toru (rys.).



b) Napisz, czy energia jonów helu zmienia się podczas ich ruchu w cylindrze spektrografu. Krótko uzasadnij swoją odpowiedź. (2 pkt)

Aby wyznaczyć masę jonów, bada się położenie śladów, jakie powstają w miejscu ich padania na kliszę fotograficzną. Poniżej na rysunku zaznaczone są tor jony izotopów helu: ^4He i ^6He w cylindrze spektrografu.



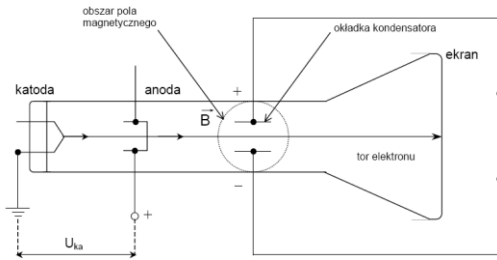
c) Oblicz masę izotopu helu ^6He wiedząc, że odległość między śladami na kliszy fotograficznej wynosiła $\Delta r = 0,79$ m przy indukcji pola magnetycznego wewnątrz cylindra równej 63 mT i prędkości jonów równej $1,2 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Masa jonu izotopu ^4He wynosi $6,65 \cdot 10^{-27}$ kg. Ładunek jonów helu jest równy ładunkowi protonu. (5 pkt)

a)	Wyczytanie z tekstu, że w selektorze prędkości ładunki nie ulegają odchyleniu, czyli siły: elektryczna i magnetyczna równoważą się.	1	3
	Zapisanie wzorów i wyznaczenie natężenia pola elektrycznego: $qE = qvB$ $E = vB$	1	
	Obliczenie wartości natężenia pola elektrycznego. $E = 3,6 \cdot 10^4 \frac{\text{V}}{\text{m}}$	1	
b)	Stwierdzenie, że siła Lorentza ma charakter siły dośrodkowej czyli zmianie ulega tylko kierunek prędkości a nie jej wartość.	1	2
	Podanie odpowiedzi, że wobec powyższego energia jonów poruszających się w cylindrze nie ulega zmianie.	1	
	Wyciągnięcie wzoru na promień toru ruchu ładunku w polu magnetycznym: $qvB = \frac{mv^2}{r}$ skąd: $r = \frac{mv}{qB}$	2	

c)	Wylczenie wzoru na promień toru ruchu ładunku w polu magnetycznym: $qvB = \frac{mv^2}{r}$ skąd: $r = \frac{mv}{qB}$	2	5
	Wykorzystanie rysunku z treści zadania do napisania równości: $\Delta r = 2(r_2 - r_1)$	1	
	Podstawienie wzorów i obliczenie masy jonu. $m_2 = m_1 + \frac{qB\Delta r}{2v}$	1	
	Obliczenie wartości masy izotopu helu ${}^6\text{He}$. $m_2 = m_1 + \frac{\Delta r \cdot q \cdot B}{2 \cdot v} \quad m_2 \approx 9,97 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$	1	

Zadanie 22. Oscyloskop (9 pkt)

W specjalnie zaprojektowanej lampie katodowej, służącej do wyznaczania stosunku ładunku do masy elektronu e/m , można równocześnie wytwarzać dwa pola: elektryczne i magnetyczne. Wartości natężenia pola elektrycznego i indukcji magnetycznej dobieramy tak, by torem elektronów wybiegających z katody była linia prosta (patrz rysunek).



- a) Jak dobierzesz kierunek linii pola elektrycznego i magnetycznego? (1 pkt)
- b) Na przedstawionym w treści zadania schemacie lampy zaznacz kierunek i zwrot wektora indukcji magnetycznej oraz narysuj wektory sił działających na elektron w obszarze pola elektrycznego i magnetycznego. (3 pkt)
- c) Jaki warunek muszą spełniać wartości E i B , aby tor elektronu był linią prostą, przy danym B ? (1 pkt)
- d) Jakie wielkości zmierzysz w doświadczeniu i z jakiej zależności skorzystasz, aby obliczyć natężenie pola elektrostatycznego? (1 pkt)
- e) Jakie wielkości zmierzysz w doświadczeniu i z jakiej zależności skorzystasz, aby obliczyć prędkość elektronu? (1 pkt)
- f) Jak, posługując się wyznaczonymi wyżej wielkościami, obliczysz e/m ? (2 pkt)

a)	Linie pola magnetycznego muszą być prostopadłe do linii pola elektrycznego.	1 p. –odpowiedź na pytanie
b)	Znak $\otimes$ w obszarze pola magnetycznego Orientacja wektorów sił działających na elektron w obszarze pola elektrycznego i magnetycznego: wektor F_e pionowo do góry, wektor F_m pionowo do dół	1 p. –zaznaczenie kierunku i zwrotu wektora indukcji magnetycznej; 2 p. –zaznaczenie wektorów (po 1 p. za wektor każdej z sił)
c)	$eE = evB$	1 p. –odpowiedź na pytanie
d)	Zmierzę napięcie między okładkami kondensatora U i odległość między jego okładkami d , bo $E = \frac{U}{d}$.	1 p. –odpowiedź na pytanie
e)	Zmierzę U_{KA} , bo $eU_{KA} = \frac{mv^2}{2}$.	1 p. –odpowiedź na pytanie

$$\text{f) } v = \frac{E}{B} \text{ i } eU_{KA} = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow eU_{KA} = \frac{mE^2}{2B^2} = \frac{mU^2}{2B^2d^2} \Rightarrow \frac{e}{m} = \frac{U^2}{2U_{KA}d^2B^2}$$

1 p. – podanie wzoru;
1 p. – przekształcenie wzoru

Zadanie 26. Naładowana cząstka (9 punktów)

Naładowana cząstka, o określonej energii kinetycznej, poruszała się w polu magnetycznym po okręgu o promieniu $R = 2 \text{ cm}$. Po przejściu przez płytkę ołowianą, cząstka dalej poruszała się w tym samym polu magnetycznym, po okręgu, o mniejszym promieniu $r = 1 \text{ cm}$.

26.1 (4 punkty)

Oblicz względną zmianę energii kinetycznej cząstki po przejściu przez płytkę ołowianą, przy założeniu, że wartość jej prędkości jest znacznie mniejsza od prędkości światła.

26.2 (5 punktów)

Oblicz wartość energii kinetycznej cząstki przed i po przejściu przez płytkę ołowianą. Przyjmij, że cząstką tą jest proton oraz, że wartość indukcji pola magnetycznego $B = 1 \text{ T}$. Energię wyraz w eV.

Odp.

26.1	$R = \frac{mv}{Bq} \quad r = \frac{mv'}{Bq}$	1
	$E_k = \frac{mv^2}{2} \quad E'_k = \frac{mv'^2}{2}$	1
	Względna zmiana energii kinetycznej cząstki $\frac{\Delta E_k}{E_k} = \frac{v^2 - v'^2}{v^2}$	1
	$\frac{\Delta E_k}{E_k} = \frac{3}{4}$	1
26.2	$v = \frac{RBq}{m} \quad E_k = \frac{R^2B^2q^2}{2m}$	1
	$E_k \approx 0,019 \text{ MeV} = 1,9 \cdot 10^4 \text{ eV}$	1
	$E'_k = \frac{r^2B^2q^2}{2m}$	1
	$\frac{E'_k}{E_k} = \frac{r^2}{R^2} = \frac{1}{4}$	1
	$E'_k = \frac{1}{4} E_k \approx 0,005 \text{ MeV} = 5 \text{ keV} = 0,5 \cdot 10^4 \text{ eV}$	1

Zadanie 5. Naładowana cząstka w polu magnetycznym (12 pkt)

Naładowana cząstka porusza się w próżni z prędkością o stałej wartości w obszarze jednorodnego, stałego pola magnetycznego prostopadłe do linii tego pola.

5.1 (3 pkt)

Wykaż, że w opisanej powyżej sytuacji cząstka porusza się po okręgu o promieniu

$$R = \frac{mv}{qB}, \text{ oraz że promień ten jest stały.}$$

5.2 (2 pkt)

W rzeczywistości tory naładowanych cząstek poruszających się w jednorodnym, stałym polu magnetycznym, (np. w cieczy w komorze pęcherzykowej) są najczęściej spiralne (promień krzywizny zmniejsza się patrz rys.). Wyjaśnij, dlaczego tak się dzieje odwołując się do odpowiednich zależności.



5.3 (3 pkt)

W pewnym eksperymencie w obszar jednorodnego pola magnetycznego wstrzeliwano z jednakowymi prędkościami cząstki α i β . Oszacuj stosunek promieni okręgów po jakich poruszają się cząstki wchodzące w skład tych wiązek, przyjmując, że masa protonu lub neutronu jest około 1800 razy większa od masy elektronu.

5.4 (2 pkt)

Cząstki α lub β powstają między innymi w wyniku samorzutnych rozpadów jąder atomowych. Napisz schemat rozpadu jądra A_ZX , w wyniku którego powstaje cząstka α oraz schemat rozpadu w wyniku którego powstaje cząstka β .

5.5 (2 pkt)

Zapisz nazwy dwóch zasad zachowania, z których korzystamy przy zapisywaniu tych schematów.

Odp.

5.1	Zapisanie warunku ruchu po okręgu $\frac{mv^2}{R} = qvB$.	1
	Uzyskanie zależności $R = \frac{mv}{qB}$.	1
	Podanie uzasadnienia np. W warunkach opisanych w zadaniu wszystkie wielkości są stałe zatem wartość R nie ulega zmianie.	1
	Zauważenie, że w opisanej sytuacji naładowana cząstka porusza się w ośrodku (np. w cieczy), a nie w próżni, co powoduje oddziaływanie z materią i zmniejszanie wartości prędkości.	1
5.2	Odwołanie się do zależności $R = \frac{mv}{qB}$ i wykazanie, że wraz ze zmniejszaniem się wartości prędkości maleje promień toru cząstki.	1
5.3	Skorzystanie z zależności $R = \frac{mv}{qB}$ i wyrażenie stosunku promieni $\frac{R_\alpha}{R_\beta} = \frac{m_\alpha q_\beta}{m_\beta q_\alpha}$.	1
	Wykorzystanie informacji z tekstu o masach i ładunkach cząstek.	1
	Oszacowanie/obliczenie stosunku promieni $\frac{R_\alpha}{R_\beta} = 3600$.	1
5.4	Zapisanie równania reakcji ${}^A_ZX \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^4_2\text{He}$.	1
	Zapisanie równania reakcji ${}^A_ZX \rightarrow {}^{A-1}_{Z-1}Y + {}^0_{-1}e$.	1
5.5	Podanie nazwy - zasada zachowania ładunku.	1
	Podanie nazwy - zasada zachowania liczby nukleonów.	1

Zjawisko Halla (dotyczy zadań 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28)

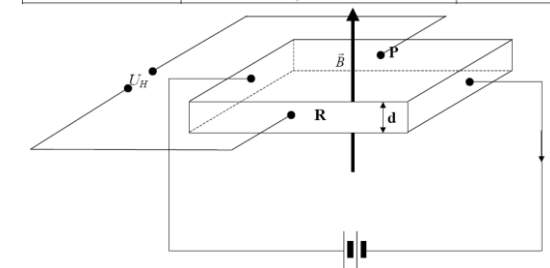
Jeżeli przez metalową płytkę o grubości d płynie prąd elektryczny o natężeniu I , a płyta znajduje się w polu magnetycznym o wartości indukcji B skierowanym prostopadłe do płytki (rysunek poniżej), to między brzegami płytki (oznaczonymi literami P i R) powstaje napięcie U_H . Jego wartość można obliczyć, korzystając z wyrażenia:

$$U_H = A_H \frac{IB}{d}$$

gdzie A_H – stały współczynnik dla danego materiału (zwany stałą Halla).

Zjawisko to nosi nazwę zjawiska Halla i zostało odkryte przez amerykańskiego fizyka E.H. Halla w 1879 roku.

Rodzaj materiału, z którego wykonano płytkę	Wartość stałej Halla w $[A_H] = \frac{V \cdot m}{A \cdot T}$	Opór właściwy w $[\Omega m]$
Ag	$-8,9 \cdot 10^{-11}$	$1,61 \cdot 10^{-8}$
Au	$-7,1 \cdot 10^{-11}$	$2,23 \cdot 10^{-8}$
Cu	$-5,3 \cdot 10^{-11}$	$1,71 \cdot 10^{-8}$
Bi	$-5,0 \cdot 10^{-11}$	$1,20 \cdot 10^{-6}$



Zadanie 22 (3 pkt)

Podaj przyczynę powstawania napięcia Halla U_H .

Zadanie 23 (2 pkt)

Zaznacz na rysunku zamieszczonym na stronie 2 biegunowość napięcia Halla U_H , przyjmując, że nośnikami prądu są elektrony. Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 24 (3 pkt.)

Oblicz wartość napięcia Halla U_H dla płytki miedzianej o grubości 1 mm, umieszczonej w polu magnetycznym o wartości indukcji 1,5 T (skierowanym prostopadle do płytki), gdy przez płytkę płynie prąd elektryczny o natężeniu 400 A.

Zadanie 25 (3 pkt.)

Wyraź jednostkę stałej Halla w jednostkach podstawowych układu SI.

Zadanie 26 (3 pkt.)

Wyjaśnij jak można wykorzystać zjawisko Halla do pomiaru wartości indukcji magnetycznej.

Zadanie 27 (3 pkt.)

Woltomierz mierzący napięcie Halla U_H o oporze wewnętrznym 20 k Ω wskazuje napięcie 31,8 μ V. Oblicz natężenie prądu płynącego przez woltomierz.

Zadanie 28 (5 pkt.)

Oblicz wartość prędkości elektronów w środku płytki przyjmując, że napięcie Halla U_H wynosi $7 \cdot 10^{-5}$ V, a odległość pomiędzy punktami P i R wynosi 7 cm.

Odp.

Zadanie 22.

- Skorzystanie z definicji prądu – *1 punkt*
- Zauważenie, że na poruszające się w płytce elektrony działa siła Lorentza – *1 punkt*
- Zauważenie, że przemieszczenie elektronów powoduje powstanie napięcia – *1 punkt*

Zadanie 23.

- Poprawne zaznaczenie biegunowości napięcia Halla – *1 punkt*
- Podanie uzasadnienia: np. *koncentracja elektronów w pobliżu punktu R jest większa niż w punkcie P* – *1 punkt*

Zadanie 24.

- Odczytanie właściwej stałej z tabeli – *1 punkt*
- Podstawienie właściwych wartości do wzoru – *1 punkt*
- Obliczenie wartości napięcia Halla i podanie wyniku wraz z jednostką – *1 punkt*

Zadanie 25.

- Zamiana jednostki napięcia – *1 punkt*
- zamiana jednostki indukcji – *1 punkt*
- podanie poprawnej odpowiedzi – *1 punkt*

Zadanie 26.

- skorzystanie z podanego w zadaniu wzoru – *1 punkt*
- wymienienie trzech wielkości, które należy zmierzyć (d , I , U_H) – *2 punkty*
UWAGA!
– Wymienienie tylko dwóch wielkości w tym U_H – *1 punkt*

Zadanie 27.

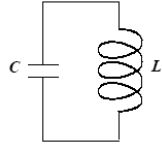
- skorzystanie z prawa Ohma – *1 punkt*
- przeliczenie jednostek i mian – *1 punkt*
- obliczenie wartości natężenia i podanie jej **wraz z jednostką** – *1 punkt*

Zadanie 28.

- Zauważenie, że w zjawisko Halla powstaje pole elektrostatyczne – *1 punkt*
- Zauważenie, że wartość siły pochodzącej od pola elektrostatycznego jest równa wartości siły Lorentza – *1 punkt*
- skorzystanie z zależności zachodzącej pomiędzy E i U – *1 punkt*
- obliczenie prędkości – *1 punkt*
- podanie wyniku **wraz z jednostką** – *1 punkt*

Zadanie 29. Obwód elektryczny (9 pkt)

Obwód drgający, będący częścią odbiornika fal elektromagnetycznych, przedstawiono na rysunku. Obwód ten zawiera kondensator o pojemności $10 \mu\text{F}$ i zwojnicę.



Gdy na okładkę kondensatora doprowadzono ładunek $q_0 = 200 \mu\text{C}$, w obwodzie pojawiły się drgania elektromagnetyczne opisane wzorem

$$q = q_0 \cos \omega t$$

o okresie równym $12,56 \cdot 10^{-6} \text{ s}$. Opory rzeczywiste w tym obwodzie są tak małe, że je pomijamy.

29.1 (3 pkt)

Opisz odpowiednim wzorem zależność napięcia na okładkach kondensatora od czasu. Pewne wielkości w tym wzorze nie zależą od czasu. Oblicz ich wartości. Przyjmij $\pi = 3,14$.

29.2 (2 pkt)

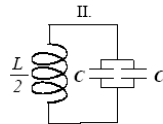
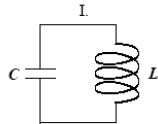
Opisz krótko proces przemian energii podczas drgań elektromagnetycznych w tym obwodzie.

29.3 (2 pkt)

Zapisz, jak zmieniłyby się długość odbieranych fal elektromagnetycznych przez odbiornik, gdyby do kondensatora wsunęto dielektryk o stałej dielektrycznej ϵ_r . Odpowiedź uzasadnij.

29.4 (2 pkt)

Obwód drgający II. znajdujący się w stacji nadawczej (rys.) zawiera dwa kondensatory o takiej samej pojemności, jak kondensator rozważany w zadaniu w obwodzie I. oraz zwojnicę o dwukrotnie mniejszej indukcyjności.



Zapisz, czy odbiornik fal elektromagnetycznych, w którym znajduje się obwód I. będzie w rezonansie z nadajnikiem zawierającym obwód II.? Uzasadnij swoją odpowiedź.

Odp.

Wyznaczenie zależności napięcia pomiędzy okładkami kondensatora od czasu.

$$C = \frac{q}{U} \Rightarrow U = \frac{q}{C} = \frac{q_0}{C} \cos \omega t = \frac{q_0}{C} \cos \frac{2\pi}{T} t,$$

lub

$$U = U_0 \cos \omega t \text{ lub równoważne}$$

Obliczenie wartości U_0 .

$$U = 20 \cos 5 \cdot 10^5 t$$

gdzie

$$U_0 = 20 \text{ V}$$

Obliczenie wartości ω .

$$\omega = 5 \cdot 10^5 \frac{1}{\text{s}}$$

Uwaga:

Dopuszcza się podanie wartości dla f .

Proponowana odpowiedź:

W obwodzie następuje zamiana energii elektrycznej na magnetyczną i odwrotnie. Podczas rozładowania kondensatora energia elektryczna kondensatora zamienia się w energię pola magnetycznego zmagazynowanego wewnątrz zwojniczy. Ponowne ładowanie kondensatora (związane z prądem indukcyjnym) związane jest z zamianą energii pola magnetycznego na energię pola elektrycznego.

Uwaga:

Wystarczy, że zdający napisze: W obwodzie następuje zamiana energii elektrycznej na magnetyczną i odwrotnie.

Zauważenie, że w obwodzie występują dwa rodzaje energii: energia pola elektrycznego i energia pola magnetycznego.

Stwierdzenie, że zachodzą przemiany tych energii.

Stwierdzenie, że długość fali elektromagnetycznej wzrasta.

Wyjaśnienie wpływu wzrostu pojemności elektrycznej na długość fali elektromagnetycznej.

Wsunięcie dielektryka do kondensatora powoduje wzrost pojemności elektrycznej i jednocześnie wydłużenie okresu drgań. Długość fali elektromagnetycznej zależy wprost proporcjonalnie od okresu, dlatego przy zwiększeniu okresu długość fali też wzrośnie.

Drugi sposób:

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r S}{d} \text{ pojemność wzrasta.}$$

$$T = 2\pi \sqrt{LC} \text{ okres wzrasta.}$$

$$\lambda = cT \text{ długość fali wzrasta.}$$

Udzielenie odpowiedzi twierdzącej.

Tak lub obwody są w rezonansie lub $T_1 = T_2$ lub $f_1 = f_2$

Wykazanie warunku zajścia zjawiska rezonansu.

Uzasadnienie:

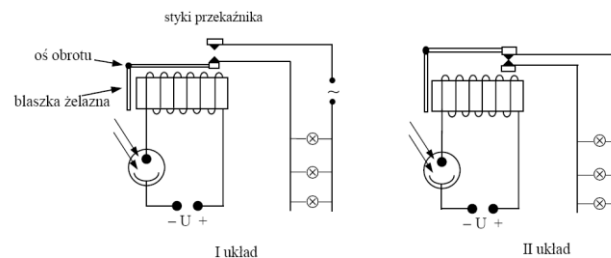
Okresy drgań (częstotliwości) są równe.

$$T_1 = 2\pi \sqrt{LC}$$

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{L}{2} 2C} = 2\pi \sqrt{LC}$$

Zadanie 26. (11 pkt) FOTOKOMÓRKA

Po lekcji o budowie i zasadzie działania fotokomórki nauczyciel fizyki polecił uczniom zaprojektowanie układu, który włączyłby oświetlenie, kiedy zapada zmrok i wyłączał, kiedy zaczyna się dzień. Adam zaprojektował I układ, a Alek II układ. Poniższy rysunek przedstawia oba układy. Opis przy układzie I dotyczy także układu II.



- a) (4 pkt) Napisz, który z układów działa zgodnie z założeniami. Opisz działanie obu układów, gdy światło świeci na fotokomórkę i gdy przestaje świecić.
- b) (3 pkt) Katoda fotokomórki pokryta jest cezem, dla którego praca wyjścia elektronu wynosi 2 eV. Wykaż, że światło o długości fali $\lambda < 600 \text{ nm}$ (a więc światło widzialne) spowoduje działanie takiej fotokomórki.
- c) (2 pkt) Napięcie w obwodzie z żarówkami ma wartość skuteczną równą 230 V. Oblicz maksymalną wartość napięcia między zaciskami żarówek.
- d) (2 pkt) W obwodzie włączono 3 żarówki o mocy 100 W każda. Oblicz skuteczne natężenie prądu płynącego między stykami przekaźnika.

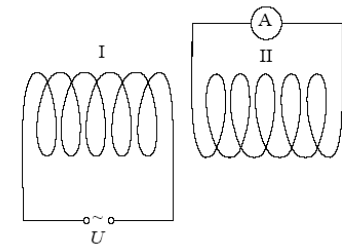
Odp.

	Napisanie, że jeżeli światło świeci na fotokomórkę, to w wyniku zjawiska fotoelektrycznego płynie w obu układach prąd elektryczny powodujący wytworzenie pola magnetycznego w rdzeniu.	1
	Napisanie, że w wyniku przepływu prądu żelazna blaszka zostanie w obu układach przyciągnięta do rdzenia.	1
a)	Napisanie, że w efekcie w układzie I styki przekaźnika zamkną obwód i żarówki będą świecić. W układzie II styki przekaźnika otworzą obwód i żarówki przestaną świecić.	1
	Stwierdzenie, że zgodnie z założeniami działa tylko obwód II – kiedy jest jasno, to żarówki nie świecą.	1
	Obliczenie, że praca wyjścia 2 eV to $3,2 \cdot 10^{-19} \text{ J}$.	1
b)	Uzyskanie zależności $\lambda_g = \frac{hc}{W}$ i podstawienie odp. wartości	1
	Obliczenie $\lambda_g \approx 620 \text{ nm}$	1
c)	Napisanie, że $U_0 = \sqrt{2} \cdot U_{sk}$	1
	Obliczenie $U_{sk} \approx 325 \text{ V}$	1
d)	Uzyskanie zależności $I_{sk} = P_{calc}/U_{sk}$	1
	Obliczenie $I_{sk} \approx 1,3 \text{ A}$	1

Zadanie 27. Transformator (10 pkt)

27.1 (2 pkt)

Podczas wykonywania doświadczenia w szkole uczniowie stwierdzili, że w czasie przepływu prądu przemiennego w cewce (zwojniczy) pierwszej (I) dołączonej do źródła napięcia przemiennego o wartości skutecznej $U = 9 \text{ V}$, w amperomierzu dołączonym do drugiej cewki (II) płynie prąd.



- a) Podaj i zapisz nazwę zjawiska, które powoduje przepływ prądu elektrycznego w drugim obwodzie. (1 pkt)
- b) Poniżej wymieniono zjawiska (oznaczone literami od A do E), zachodzące w układzie przedstawionym na rysunku. Wpisz je do diagramu we właściwej kolejności (w pola wpisz litery odpowiadające zjawiskom). (1 pkt)

- A. wytworzenie zmiennego pola magnetycznego,
 B. przepływ prądu przez amperomierz,
 C. przepływ prądu przez cewkę I,
 D. wytworzenie zmiennego strumienia pola magnetycznego,
 E. wytworzenie siły elektromotorycznej indukcji w obwodzie drugim.



27.2 (2 pkt)

Uczniowie mieli do dyspozycji jednakowej wielkości rdzenie (w kształcie walca, o wymiarach zbliżonych do wymiarów zwojniczy) wykonane z aluminium, żelaza i miedzi. Zapisz, który z tych rdzeni po wsunięciu do wnętrza obu cewek jest w stanie, w znaczący sposób, zmienić natężenie prądu płynącego przez amperomierz. Podaj nazwę własności magnetycznych materiału, z którego wykonany jest ten rdzeń.

27.3 (2 pkt)

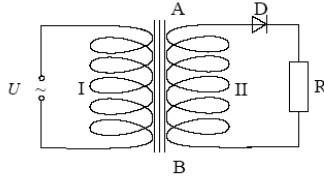
Końce cewki (II) zostały rozwarne. Napisz, jaką liczbę zwojów powinna mieć cewka (II) w porównaniu z liczbą zwojów jaką posiada cewka (I), aby wartość napięcia na końcach cewki II była większa od wartości napięcia na końcach cewki I. Odpowiedź uzasadnij.

27.4 (2 pkt)

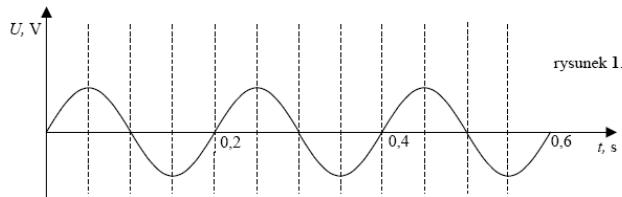
Uczniowie pierwszą cewkę podłączyli do baterii o napięciu $U = 4,5 \text{ V}$. Napisz, co zauważają uczniowie obserwując amperomierz dołączony do drugiej cewki. Odpowiedź uzasadnij.

Zad. 27.5 (2 pkt)

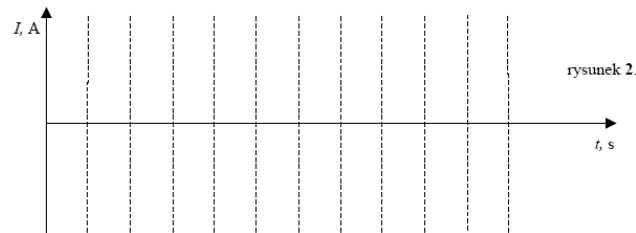
Z dwóch cewek i odpowiednio dobranego rdzenia zbudowano transformator. Cewkę pierwszą podłączono do źródła napięcia przemiennego. Do cewki drugiej podłączono diodę D i opornik R (rys.)



Na rysunku 1. przedstawiono zależność napięcia na końcach cewki (uzwojenia) II od czasu.



rysunek 1.



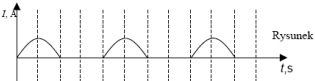
rysunek 2.

a) Na rysunku 2. naskikuj (bez zaznaczania wartości liczbowych) zależność natężenia prądu płynącego przez opornik R od czasu. (1 pkt)

b) Ustal i napisz, który z końców cewki A czy B ma wyższy potencjał podczas przepływu prądu przez opornik. (1 pkt)

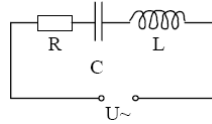
Odp.

27.1	a) Podanie nazwy zjawiska. (Zjawisko indukcji elektromagnetycznej)	1p.	2p.	10	
	b) Ustalenie prawidłowej kolejności: C → A → D → F → B	1 p.			
27.2	Wybranie materiału – (rżen żelazny)	1p.	2p.		
	Podanie własności materiału (własności ferromagnetyczne)	1p.			
27.3	Zapisanie, że cewka w uzwojeniu wtórnym musi mieć więcej zwojów niż w pierwotnym.	1 p.	2p.		
	Podanie uzasadnienia np.: (odwołanie się do wzoru $n_2 = n_1 \frac{U_2}{U_1}$)	1 p.			
27.4	Zapisanie obserwacji: (wskazówka amperomierza nie wychylił się)	1p.	2p.		Uczeń może zapisać w obserwacji: wskazówka amperomierza wychylił się będzie tylko podczas podłączania do cewki baterii.
	Uzasadnienie odpowiedzi Np. W uzwojeniu wtórnym prąd nie popłynie, ponieważ tylko zmienia natężenia prądu w obwodzie pierwotnej cewki może wytworzyć na końcach drugiej cewki napięcie i przepływ prądu	1 p.			

27.5	a) Naskikowanie zależności natężenia prądu płynącego przez opornik R od czasu: 	1 p.	2 p.		
	b) Podanie odpowiedzi: $V_A > V_B$	1 p.			

Zadanie 28. Obwód RLC (12 punktów)

Cewkę o indukcyjności L, kondensator o pojemności C i opornik o oporze R połączono szeregowo ze źródłem napięcia przemiennego U, jak na rysunku.



28.1 (8 punktów)

Narysuj wykresy wektorowe (wskazowe) dla wszystkich przypadków podanych w tabeli 28.2.

28.2 (1 punkt)

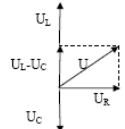
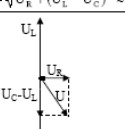
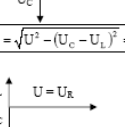
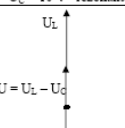
Uzupełnij poniższą tabelę:

	U_R [V]	U_L [V]	U_C [V]	U [V]
a	10	20	10	
b		110	150	50
c	50	10		50
d	0		15	30

28.3 (3 punkty)

Oblicz, jaką pojemność powinien mieć kondensator w obwodzie, aby przy indukcyjności $L = 250 \text{ } \mu\text{H}$ obwód można było nastroić na częstotliwość 500 Hz. (Przyjmij, że $R = 0$).

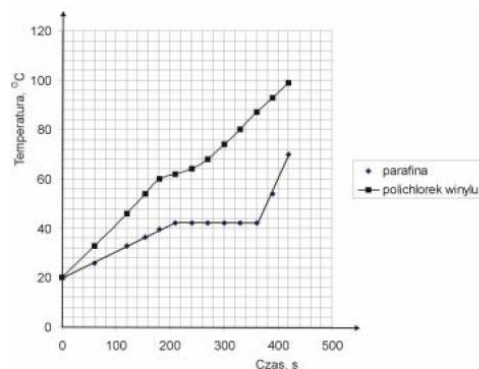
Odp.

28.1		1
	$U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} \approx 14,1 \text{ V}$	1
		1
	$U_R = \sqrt{U^2 - (U_C - U_L)^2} = 30 \text{ V}$	1
		1
	$U_L = U_C = 10 \text{ V}$ rezonans napięć	1
		1
	$U_L = U + U_C = 45 \text{ V}$	1

28.2		U_R [V]	U_L [V]	U_C [V]	U [V]	1
	a	10	20	10	14,1	
	b	30	110	150	50	
	c	50	10	10	50	
	d	0	45	15	30	
28.3	$T = 2\pi\sqrt{LC}$					1
	$C = \frac{1}{4\pi^2 f^2 L}$					1
	$C \approx 0,4 \cdot 10^{-3} \text{F} = 0,4 \text{mF}$					1

Zadanie 30. Ogrzewanie (6 pkt)

Podczas lekcji fizyki uczniowie sprawdzali, jak zachowują się podczas ogrzewania rozdrobione substancje: parafina i polichlorek winylu. Na płycie grzejnej jednocześnie podgrzewali w zlewkach te same masy badanych substancji i mierzyli podczas ogrzewania ich temperaturę. Otrzymane wyniki uczniowie przedstawili na wykresie.



30.1 (2 pkt)

Przeanalizuj powyższy zamieszczony wykres. Zapisz, jak zachowywały się substancje podczas ogrzewania? Jaki wniosek związany z budową badanych ciał mogli uczniowie zapisać po analizie wykresu? Uzasadnij swoją odpowiedź.

30.2 (2 pkt)

Można by sądzić, że zgodnie z pierwszą zasadą termodynamiki ogrzewane ciała zwiększają swoją energię wewnętrzną, co objawia się wzrostem ich temperatury. Zapisz, czy niezmiennosc temperatury w przedziale od 210 do 360 sekund dla parafiny świadczy o stałej wartości energii wewnętrznej tej substancji mimo dostarczania ciepła? Wyjaśnij ten problem.

30.3 (2 pkt)

Podczas wykonywania doświadczenia ciepło dostarczane było obu substancjom równomiernie i z taką samą szybkością. Nauczyciel podał wartość ciepła właściwego zestalonej parafiny ($c_w = 2100 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$) i polecił uczniom, aby na podstawie wyników doświadczenia obliczyli wartość ciepła właściwego polichloroku winylu w temperaturach bliskich pokojowej.

Maciek stwierdził, że obliczenie wartości ciepła właściwego polichloroku winylu jest niemożliwe, bo nie jest znane ciepło pobrane przez polichlorek. Jacek określił wartość ciepła właściwego polichloroku winylu na równą $1050 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$. W uzasadnieniu zapisał, że z wykresu można odczytać, iż stosunek ciepła właściwego parafiny do ciepła właściwego polichloroku winylu wynosi 2. Zapisz, który z uczniów miał rację? Uzasadnij odpowiedź.

Odp.

Proponowana odpowiedź:	
Obie substancje różnią się szybkością wzrostu temperatury i dlatego mają różną budowę wewnętrzną.	
Zauważenie różnej szybkości wzrostu temperatury dla obu substancji.	1
Stwierdzenie, że substancje różnią się pod względem budowy wewnętrznej.	1

Proponowana odpowiedź:

W tym przedziale energia wewnętrzna nie jest stała.

Na energię wewnętrzną składa się energia potencjalna (wiązań) i kinetyczna. Temperatura zależy wyłącznie od energii kinetycznej cząstek. Cała dostarczona energia zostaje zużyta na zmianę (wzrost) energii potencjalnej (wiązań), dlatego temperatura nie ulega zmianom.

Uwaga:

Można powołać się na I zasadę termodynamiki

Udzielenie odpowiedzi przeczącej.	1
Zauważenie, że podczas topnienia parafiny zmianom ulega jedynie energia potencjalna (wiązań).	1
Proponowana odpowiedź:	
Porównanie szybkości wzrostu temperatury obu substancji.	
W czasie od 0 do 120 sekund wzrost temperatury polichloroku winylu był dwa razy większy niż w przypadku parafiny, co oznacza, że ciepło właściwe jest dwa razy mniejsze.	
Podanie odpowiedzi: Jacek miał rację.	1
Podanie uzasadnienia:	
Porównanie przyrostów temperatury w tym samym konkretnie wskazanym przedziale czasu lub czasów dla tego samego konkretnie wskazanego przyrostu temperatury.	1

Zadanie 31. Syriusz (14 pkt)

Zimą najjaśniejszą gwiazdą naszego nocnego nieba jest Syriusz. Pod tą nazwą kryje się układ dwóch gwiazd poruszających się wokół wspólnego środka masy. Syriusz A jest gwiazdą ciągu głównego, a Syriusz B jest białym karłem i nie można go zobaczyć gołym okiem.

31.1 (2 pkt)

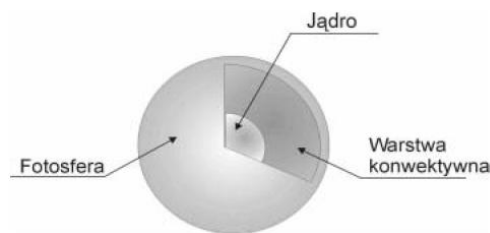
Na podstawie tekstu i własnej wiedzy wymień dwie charakterystyczne cechy białych karłów.

31.2 (3 pkt)

Średnia gęstość Syriusza B wynosi $2,4 \cdot 10^9 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, a jego promień $5,9 \cdot 10^6 \text{ m}$. Oblicz wartość przyspieszenia grawitacyjnego na powierzchni Syriusza B, pomijając wpływ Syriusza A.

31.3 (2 pkt)

Na rysunku przedstawiono budowę wnętrza Syriusza A.

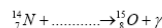


Energia zawarta w jądrze gwiazdy transportowana jest na powierzchnię przez warstwę konwektywną, a z powierzchni fotosfery wypromieniowana w przestrzeń kosmiczną. Zapisz, czym różni się transport energii w wyniku konwekcji od transportu poprzez promieniowanie.

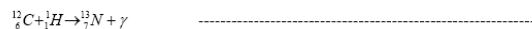
31.4 (3 pkt)

Głównym źródłem energii Syriusza A są reakcje termojądrowe polegające na zamianie wodoru w hel za pośrednictwem węgla i tlenu (tzw. cykl CNO).

- a. Uzupełnij równanie reakcji będącej częścią cyklu CNO.

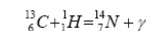


- b. Poniżej zamieszczono równania dwóch przemian jądrowych cyklu CNO. Obok równań reakcji zapisz nazwę tego typu procesu jądrowego.



31.5 (4 pkt)

W zachodzącym w jądrze Syriusza A cyklu CNO najwięcej energii wydziela się podczas reakcji zamiany węgla w azot.



Oblicz, ile jąder węgla w Syriuszu A musiałoby ulec tego typu reakcji, by wytworzona energia mogła w normalnych warunkach stopić 1 g lodu. Ciepło topnienia lodu wynosi $3,34 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$. Masy jąder wodoru, węgla i azotu mają wartości odpowiednio równe: $m_{\text{H}} = 1,673 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, $m_{\text{C}} = 21,586 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, $m_{\text{N}} = 23,245 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

Odp.

Proponowana odpowiedź:

Cechy charakterystyczne białych karłów:

duża gęstość, małe rozmiary, wysoka temperatura, mała moc promieniowania...

Za prawidłowe wypisanie dwóch cech – 2 punkty.

Za wypisanie jednej cechy – 1 punkt.

Wyznaczenie przyspieszenie grawitacyjnego na powierzchni Syriusza B.

$$a_g = \frac{GM}{r^2}$$

Wyznaczenie masy Syriusza B.

$$M = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi r^3$$

Obliczenie wartości przyspieszenia grawitacyjnego.

$$a_g = 4 \cdot 10^6 \text{ m/s}^2$$

W zjawisku konwekcji przekaz energii jest wynikiem przemieszczania się materii, natomiast podczas promieniowania transportowana jest jedynie energia a jej nośnikiem są fale elektromagnetyczne.

Opisanie zjawiska konwekcji.	1
Opisanie na czym polega emisja energii poprzez promieniowanie.	1
Uzupełnienie reakcji jądrowej (można zapisać ${}^1_1\text{H}, \text{H}, p$):	1
${}^{14}_7\text{N} + {}^1_1\text{p} \rightarrow {}^{15}_8\text{O} + \gamma$	
Prawidłowe opisanie reakcji jako reakcji syntezy.	1
Prawidłowe opisanie reakcji jako reakcji rozpadu.	1
Obliczenie ciepła przemiany fazowej.	1
$Q = mL = 334 \text{ J}$	
Wyznaczenie niedoboru masy reakcji.	1
$\Delta M = m_c + m_h - m_n$	
Porównanie ciepła przemiany fazowej i energii wydzielonej w reakcjach jądrowych.	1
$mL = n(m_c + m_h - m_N) \cdot c^2$	
Obliczenie liczby jąder.	1
$n \approx 2,65 \cdot 10^{14}$	

Zadanie 25. Słoik (11 pkt)

Podczas przygotowywania konfitur słoiki wstawia się do naczyń z wrzącą wodą, gdzie osiągają temperaturę $T_w = 100^\circ\text{C}$. Następnie zamyka się szczelnie pokrywkę słoika (pozostawiając wewnątrz trochę powietrza) i wyciąga słoik z wody do ostygnięcia. W dalszych rozważaniach przyjmij, że w opisanych warunkach powietrze zamknięte w słoiku możemy traktować jak gaz doskonały. Pomiń wpływ ciśnienia pary wodnej na ciśnienie wewnątrz słoika oraz nie uwzględniaj zmian objętości słoika i konfitur. Przyjmij ciśnienie atmosferyczne za równe $p_0 = 1013 \text{ hPa}$.

25.1 (1 pkt)

Zapisz, jakiego przemianę gazowej ulega powietrze zamknięte w słoiku w trakcie stygnięcia, zakładając, że pokrywka nie ulega wygięciu.

25.2 (2 pkt)

Wykaż, że ciśnienie powietrza wewnątrz słoika po jego ostygnięciu do temperatury otoczenia równej $T_0 = 20^\circ\text{C}$ wynosi około 795 hPa.

25.3 (2 pkt)

Oblicz, z jaką siłą po ostygnięciu słoika (nie bierz pod uwagę siły wynikającej z dokręcenia pokrywki) pokrywka jest dociskana do słoika, jeśli jej średnica jest równa $d = 8 \text{ cm}$.

25.4 (3 pkt)

Podczas morskiej wycieczki częściowo opróżniony słoik, (ale zamknięty pokrywka) potoczył się po pokładzie i wpadł do wody. Oblicz, jaka musi być minimalna masa m przetworów w słoiku, aby po wpadnięciu do wody morskiej zaczął tonąć. Masa pustego słoika z zakrętką wynosi $M = 0,25 \text{ kg}$, a jego objętość zewnętrzna $V = 1,5 \text{ dm}^3$. Przyjmij gęstość wody morskiej przy powierzchni za równą $\rho_w = 1025 \text{ kg/m}^3$. Pomiń wpływ masy powietrza zamkniętego w słoiku na masę całego słoika.

25.5 (2 pkt)

Gęstość wody morskiej rośnie wraz ze zwiększaniem głębokości. Na powierzchni wynosi 1025 kg/m^3 , a na głębokości około 1000 m osiąga wartość 1028 kg/m^3 . Przy dalszym wzroście głębokości gęstość wody już nie ulega zmianie. Wyjaśnij, jaki wpływ na prędkość tonącego słoika ma fakt, że gęstość wody morskiej rośnie wraz z głębokością. Przyjmij, że na tonący słoik działa siła oporu wody wprost proporcjonalna do wartości prędkości tonięcia słoika.

25.6 (1 pkt)

Zapisz, jaka musi być średnia gęstość słoika wraz z zamkniętą zawartością, aby mógł on dotrzeć do dna morza, jeśli głębokość w tym miejscu przekracza 1000 m.

Odp.

25.1	Powietrze ulega przemianie izochorycznej.	1
25.2	Zastosowanie równania stanu gazu doskonałego lub równania Clapeyrona i przekształcenie ich do postaci umożliwiającej obliczenie ciśnienia w słoiku: $\frac{p_s V}{T_0} = \frac{p_0 V}{T_w}, \text{ skąd}$ $p_s = \frac{p_0 T_0}{T_w}$	1
	Obliczenie wartości ciśnienia wewnątrz słoika: $p_k = 795 \text{ hPa}$	1
25.3	Określenie siły parcia z jednoczesnym określeniem różnicy ciśnień oraz uwzględnieniem powierzchni pokrywki: $F = S \cdot \Delta p = S(p_0 - p_s) =$ $= \frac{\pi d^2}{4} (p_0 - p_s)$	1
	Obliczenie wartości siły: $F = 109,5 \text{ N}$	1

	Zauważenie, że gęstość słoika musi być większa od gęstości wody, (lub łączna masa słoika musi być większa do masy wypartej wody): $\rho_s \geq \rho_w \text{ lub } M + m \geq m_w$	1
25.4	Wyznaczenie minimalnej masy przetworów: $m > V\rho_w - M$	1
	Obliczenie minimalnej wartości masy przetworów: $m > 1,2875 \text{ kg} \approx 1,29 \text{ kg}$	1
25.5	Podczas zanurzania gęstość wody wzrasta, co powoduje zwiększenie wartości siły wyporu działającej na słoik.	1
25.6	Wzrost siły wyporu powoduje coraz mniejszy przyrost prędkości opadania.	1
	Określenie średniej gęstości słoika: $\rho_s \geq 1028 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	1

Zadanie 27. (9 pkt) OGRZEWANIE WODY

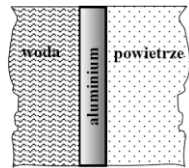
Do doświadczeń mających na celu wyznaczenie ciepła właściwego substancji jest używane naczynie wykonane z aluminium. Masa tego naczynia wynosi 120 g, pole powierzchni całkowitej (jest to walec) wynosi $0,047 \text{ m}^2$. Ścianki naczynia mają grubość 1 mm.

a) (2 pkt) Wykaż, że przy różnicy temperatur między otoczeniem a wnętrzem naczynia równej 5°C , w ciągu 1 sekundy przez całą powierzchnię kalorymetru przechodzi ciepło w ilości 51700 J. Współczynnik przewodzenia ciepła dla aluminium wynosi $\lambda = 220 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$.

b) (2 pkt) Do naczynia nalewamy 785 g wody o takiej temperaturze, że po chwili (potrzebnej na wyrównanie temperatur wody i naczynia) uzyskujemy temperaturę wody i naczynia równą 10°C . Wykaż, że ilość energii cieplnej potrzebnej do tego, aby naczynie i woda w nim zawarta ogrzały się do temperatury otoczenia, czyli 20°C , wynosi około 34000 J. Ciepło właściwe aluminium wynosi $900 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$, ciepło właściwe wody jest równe $4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$.

c) (5 pkt) Z poprzednich punktów wynika, że ciepło potrzebne do ogrzania wody i naczynia o 10°C niewiele się różni od ilości ciepła przekazanego przez otoczenie do wnętrza naczynia w czasie 1 sekundy przy różnicy temperatur 5°C (przy ogrzewaniu tego naczynia różnica temperatur malała od początkowej wartości 10°C do końcowej równej zero – możemy więc przyjąć, że w czasie ogrzewania średnia różnica temperatur wynosiła 5°C). Mogłoby z tego wynikać, że czas ogrzewania wody w naczyniu tym sposobem powinien być bardzo krótki. Wszyscy wiemy jednak, że tak nie jest. W poniższej tabeli zestawione są niektóre dane dotyczące wody, aluminium i powietrza. Wykorzystaj te dane i podaj z uzasadnieniem dwa powody, które znacznie wydłużają czas ogrzewania wody w naczyniu przez otoczenie na drodze przewodzenia ciepelnego. Zaproponuj sposób na skrócenie tego czasu.

Substancja	Ciepło właściwe	Współczynnik przewodzenia ciepła λ
Powietrze	$1020 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$	$0,02 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$
Woda	$4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$	$0,54 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$
Aluminium	$900 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$	$220 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$



Odp.

a)	Zastosowanie wzoru $\frac{Q}{t} = \lambda \cdot S \cdot \frac{\Delta T}{d}$ i podstawienie prawidłowe wartości liczbowych	1
	Obliczenie, że $Q/t \approx 51700 \text{ J}$	1

b)	Zapisanie zależności $Q = m_{\text{wody}} c_{\text{wody}} \Delta T + m_{\text{kal}} c_{\text{alum}} \Delta T$	1
	Obliczenie ilości ciepła $Q \approx 34\,000 \text{ J}$.	1
	Stwierdzenie, że zarówno woda jak i powietrze mają małą wartość współczynnika przewodzenia ciepła i są izolatorami	1
	Ciepło przechodzi z otoczenia do ścianki naczynia i otoczenie się przy tym oziębia.	1
	Napływ ciepła z dalszego otoczenia jest utrudniony, gdyż powietrze jest izolatorem cieplnym	1
c)	Ciepło przekazane do wody nie może się rozchodzić dalej, bo woda ma słabe przewodnictwo	1
	Sposobem na szybsze przekazywanie ciepła może być mieszanie zarówno powietrza jak i wody w naczyniu.	1
	Uwaga: niektórzy zdający mogą znać przebieg krzywej ostygnięcia i podać ten fakt jako wyjaśnienie dłuższego czasu przekazywania ciepła. Na początku, kiedy różnica temperatur jest duża, energia przekazywana jest szybciej, potem ta szybkość maleje. Odpowiedź taką również należy uznać.	

Zadanie 23. Przemiany gazowe (8 pkt)

84 gramy azotu w temperaturze 27°C podgrzano izochorycznie, przy czym ciśnienie wzrosło z $2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ do $5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$.

Jaką masę helu należy podgrzać izobarycznie o 300 K , aby zużyć taką samą ilość ciepła jak na podgrzanie helu opisanego powyżej?

Masa molowa helu wynosi 4 g/mol , azotu 28 g/mol . Ciepło molowe gazu jednoatomowego przy stałej objętości wynosi $3R/2$.

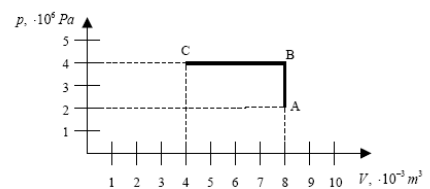
Odp.

$n_N = \frac{m_N}{M_N} = 3 \text{ mole}$	1 p. – obliczenie liczby moli gazu
$Q_V = n_N c_V \Delta T_1$	1 p. – podanie wzoru na ciepło przy stałej objętości
$T_1 = 27^\circ\text{C} = 300 \text{ K}$	1 p. – zmiana skali temperatur
$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = T_1 \frac{p_2}{p_1} = 750 \text{ K}$	1 p. – obliczenie temperatury końcowej
$Q_p = n_{\text{He}} c_p \Delta T_2$	1 p. – podanie wzoru na ciepło przy stałym ciśnieniu
$c_p = c_V + R = \frac{5}{2} R$	1 p. – obliczenie ciepła molowego przy stałym ciśnieniu
$Q_V = Q_p \Rightarrow n_N c_V \Delta T_1 = n_{\text{He}} c_p \Delta T_2 \Rightarrow n_{\text{He}} = \frac{n_N c_V \Delta T_1}{c_p \Delta T_2}$	1 p. – obliczenie liczby moli helu
$m_{\text{He}} = M_{\text{He}} n_N \frac{c_V}{c_p} \frac{T_2 - T_1}{\Delta T_2}$	1 p. – obliczenie masy helu

Zadanie 24. Przemiany gazu (10 pkt)

Na wykresie $p = f(V)$ przedstawiono dwie przemiany termodynamiczne zachodzące dla dwóch moli gazu doskonałego, którego ciepło molowe przy stałej objętości ma wartość $\frac{3}{2} R$.

R oznacza stałą gazową.



24.1 (2 pkt)

Podaj nazwy przemian przedstawionych na wykresie.

AB – Przemiana

BC – Przemiana

24.2 (2 pkt)

Oblicz wartości temperatur dla gazu w stanach oznaczonych punktami B i C, jeżeli wiadomo, że temperatura gazu w punkcie A ma wartość 963 K.

24.3 (4 pkt)

Oblicz wartości pracy wykonywanej w każdym procesie i wartość ciepła pobieranego lub oddawanego przez gaz w każdej z tych przemian.

24.4 (2 pkt)

Oblicz zmianę energii wewnętrznej w przemianie AB i podaj, czy energia wewnętrzna zmalała, czy wzrosła.

Odp.

24.1	Podanie nazwy przemiany (AB – przemiana izochoryczna)	1p.	2p.	10	Wartość Q_{BC} może być podana jako wartość dodatnia.	
	Podanie nazwy przemiany (BC – przemiana izobaryczna)	1p.				
24.2	Obliczenie temperatury w punkcie B ($T_B = 2T_A = 1926\text{ K}$)	1p.	2p.			
	Obliczenie temperatury w punkcie C ($T_C = T_A = 963\text{ K}$)	1p.				
24.3	Obliczenie pracy w obu przemianach $W_{AB} = 0$ bo przemiana izochoryczna $W_{BC} = -p \cdot (V_C - V_B)$ ($W_{BC} = 16000\text{ J} = 16\text{ kJ}$)	1p.	4p.			
	Obliczenie ciepła w przemianie izochorycznej, $Q_{AB} = n \cdot C_V \cdot \Delta T_1 = 24 \cdot 10^3\text{ J}$	1p.				
	Wyznaczenie ciepła molowego dla $p = \text{const}$, $C_p = C_V + R = \frac{5}{2}R$	1p.				
	Obliczenie ciepła w przemianie izobarycznej, $Q_{BC} = n \cdot C_p \cdot \Delta T_2$ ($Q_{BC} = -40 \cdot 10^3\text{ J} = 40\text{ kJ}$)	1p.				
24.4	Obliczenie zmiany energii wewnętrznej w przemianie AB, $\Delta U_{AB} = 24 \cdot 10^3\text{ J}$	1p.	2p.			Uczeń może obliczyć zmianę energii wewnętrznej gazu bezpośrednio z zależności $\Delta U = 3/2(n \cdot R \cdot \Delta T)$.
	Podanie prawidłowej odpowiedzi: (W przemianie izochorycznej energia wewnętrzna wzrosła)	1p.				

Zadanie 25 Butla z gazem (9 punktów)

Butla o pojemności 40 l (dm³), która zawiera 1,97 kg dwutlenku węgla wytrzymuje ciśnienie nie większe niż $3 \cdot 10^6$ Pa.

25.1 (5 punktów)

Oblicz, w jakiej temperaturze (w °C) powstaje niebezpieczeństwo wybuchu. (gęstość dwutlenku węgla $d = 1,97 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, $p_0 = 10^5$ Pa, $T_0 = 273$ K)

25.2 (4 punkty)

Na skutek nieszczelności zaworu dwutlenek węgla ulatniał się z butli. Oblicz, jaka ilość gazu ułotniła się, jeżeli wiadomo, że ciśnienie gazu w butli spadło o połowę, a temperatura nie zmieniła się.

Odp.

25.1	$\frac{p_0 V_0}{T_0} = \frac{p_1 V_1}{T_1}$	1
	$V_0 = \frac{m}{\rho}$	1
	$T_1 = \frac{T_0 p_1 V_0 d}{p_0 m}$	1
	$T_1 = 327,6$ K	1
	$t = 54,6^\circ\text{C}$	1
25.2	$\frac{p_1}{p_2} = \frac{V_2}{V_1} \frac{m_1}{m_2}$ $V_1 = V_2 = V$	1
	$\frac{p_1}{p_2} = \frac{m_1}{m_2}$	1
	$p_2 = \frac{1}{2} p_1$	1
	$m_2 = \frac{1}{2} m_1$ $m_2 = 0,985$ kg	1

Zadanie 2. Przemiany gazowe (12 pkt)

Rysunek przedstawia cykl przemian termodynamicznych jednego mola jednoatomowego gazu doskonałego zamkniętego w cylindrze z ruchomym tłokiem. W stanie A gaz ma objętość $2 \cdot 10^{-3}$ m³ i ciśnienie $2 \cdot 10^6$ Pa.

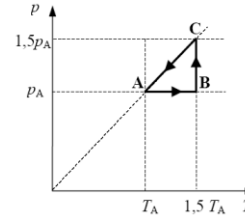
2.1 (2 pkt)

Zapisz nazwy przemian, jakim uległ gaz.

A – B

B – C

C – A



2.2 (2 pkt)

Oblicz temperaturę gazu w stanie A.

2.3 (2 pkt)

Podaj we wskazanych etapach cyklu, czy gaz oddaje czy pobiera ciepło oraz czy gaz wykonuje pracę czy praca jest wykonywana nad gazem.

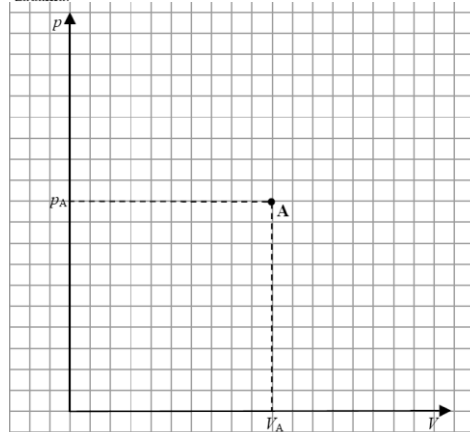
etap cyklu	ciepło	praca
A – B		
B – C		

2.4 (2 pkt)

Oblicz pracę wykonaną w przemianie A – B.

2.5 (4 pkt)

Naszkicuj (uzupełnij) wykres cyklu przemian w układzie współrzędnych p, V . Oznacz pozostałe stany gazu literami B i C. Uwzględnij wartości zawarte na wykresie w treści zadania.



Odp.

Podanie prawidłowych nazw przemian: A – B – przemiana izobaryczna, B – C – przemiana izotermiczna, C – A – przemiana izochoryczna.		2
2.1	Trzy poprawne odpowiedzi	
	Dwie poprawne odpowiedzi	
	Mniej niż dwie poprawne odpowiedzi	
2.2	Skorzystanie z równania $\frac{pV}{T} = nR$ i uzyskanie wyrażenia $T = \frac{pV}{nR}$.	1
	Obliczenie temperatury gazu w stanie A; $T \approx 481$ K.	1

	<table><tr><th>etap cyklu</th><th>ciepło</th><th>praca</th></tr><tr><td>A – B</td><td>gaz pobiera ciepło</td><td>gaz wykonuje pracę</td></tr><tr><td>B – C</td><td>gaz oddaje ciepło</td><td>praca wykonana jest nad gazem</td></tr></table>	etap cyklu	ciepło	praca	A – B	gaz pobiera ciepło	gaz wykonuje pracę	B – C	gaz oddaje ciepło	praca wykonana jest nad gazem	2
etap cyklu	ciepło	praca									
A – B	gaz pobiera ciepło	gaz wykonuje pracę									
B – C	gaz oddaje ciepło	praca wykonana jest nad gazem									
	Cztery poprawnie wypełnione pola tabeli – 2 p, Trzy poprawnie wypełnione pola tabeli – 1p, Dwa lub mniej poprawnie wypełnionych pól – 0 p.										
2.4	Skorzystanie z wykresu i ustalenie $\Delta V = 0,5 V_A$.	1									
	Obliczenie pracy w przemianie A – B $W = 2 \cdot 10^3$ J.	1									
2.5											
	Prawidłowe „wyskalowanie osi” ($1,5 p_A$ i $1,5 V_A$).	1									
	Naszkicowanie prawidłowego wykresu dla przemian A–B i C–A.	1									
	Narysowanie prawidłowego kształtu „hiperboli” dla przemiany B – C.	1									
	Prawidłowe oznaczenie punktów B i C.	1									

Pilka (dotyczy zadań 29, 30, 31, 32, 33)

Jacek kupił piłkę oraz pompkę. Piłka posiada tzw. zawór zwrotny, który umożliwia tłoczenie powietrza tylko w jednym kierunku (do wnętrza piłki). Zawór ten otwiera się wówczas, gdy ciśnienia wewnątrz piłki i pod tłokiem pompki wyrównają się. Jacek odczytał z opakowania tych artykułów następujące dane:

- skok tłoka pompki: 13,1 cm („skok tłoka” – oznacza odległość pomiędzy skrajnymi położeniami tłoka),
- pojemność skokowa pompki: 65,5 cm³ („pojemność skokowa” – oznacza maksymalną objętość powietrza zasysanego jednorazowo z zewnątrz),
- objętość powietrza wewnątrz piłki wynosi: 6 dm³ (praktycznie stała dla zakresu ciśnienia wewnątrz od $1,3 \cdot 10^5$ Pa do $1,8 \cdot 10^5$ Pa),
- maksymalne dopuszczalne ciśnienie wewnątrz piłki: $2 \cdot 10^5$ Pa.

Jacek postanowił napompować piłkę. Podczas pierwszego cyklu pompowania otwarcie zaworu pompki nastąpiło w chwili, gdy tłok przebył 0,3 skoku, zaś podczas ostatniego cyklu odległość ta wynosiła 0,35 skoku.

Podczas rozwiązywania zadań przyjmij, że ciśnienie atmosferyczne ma wartość 10^5 Pa, a zmiany temperatury powietrza wewnątrz pompki i piłki oraz tarcie można pominąć. Przyjmij również, że podczas pompowania tłok porusza się ruchem jednostajnym.

Zadanie 29 (4 pkt.)

Oblicz początkową wartość ciśnienia powietrza w piłce w chwili pierwszego otwarcia zaworu, podając wynik w Pa.

Zadanie 30 (8 pkt.)

Oszacuj liczbę cykli pompowania, wykonanych przez Jacka.

Zadanie 31 (3 pkt.)

Zaznacz na rysunku siłę parcia powietrza działającego na tłok pompki oraz siłę nacisku wywieraną przez Jacka na tłok podczas pompowania piłki.



Zadanie 32 (2 pkt.)

Ustal, czy następujące stwierdzenie jest prawdziwe: Siły parcia powietrza i nacisku wywieranego przez Jacka na tłok nie równoważą się. Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 33 (4 pkt.)

Oblicz wartość siły, z jaką Jacek działał na tłok pompki w chwili otwarcia zaworu w ostatnim cyklu pompowania.

Odp.

Zadanie 29.

- skorzystanie z faktu, że zawór zwrotny otwiera się przy równowadze ciśnień – 1 punkt
- skorzystanie z praw gazowych – 1 punkt
- zauważenie, że gaz podlega przemianie izotermicznej – 1 punkt
- obliczenie ciśnienia i podanie wyniku wraz z jednostką – 1 punkt

Zadanie 30.

- Selekcja danych – *1punkt*
- Obliczenie ciśnienia początkowego (lub skorzystanie z obliczeń z zad. 29) – *1 punkt*
- obliczenie objętości gazu w piłce – *1 punkt*
- obliczenie ciśnienia końcowego – *1 punkt*
- skorzystanie z równania stanu gazu doskonałego – *1 punkt*
- zauważenie, że masa powietrza w piłce ulega zmianie – *1 punkt*
- zapisanie równań z uwzględnieniem liczby cykli – *1 punkt*
- obliczenie liczby cykli i podanie wyniku – *1 punkt*

Zadanie 31.

- poprawne narysowanie siły parcia – *1 punkt*
- poprawne narysowanie siły nacisku – *1 punkt*
- zaznaczenie jednakowych długości wektorów sił parcia i nacisku – *1 punkt*

Zadanie 32.

- podanie odpowiedzi (np. *stwierdzenie jest fałszywe*) – *1 punkt*
- podanie uzasadnienia (np. *powołanie się na I zasadę dynamiki*) – *1 punkt*

Zadanie 33.

- selekcja danych – *1 punkt*
- obliczenie powierzchni tłoka – *1 punkt*
- obliczenie ciśnienia (lub skorzystanie z wyników poprzednich zadań) – *1 punkt*
- obliczenie wartości siły i podanie **wyniku wraz z jednostką** – *1 punkt*

„Czajnik elektryczny”

Rodzina Kowalskich zużywa miesięcznie 200 l wody do przygotowywania herbaty, kawy i innych napoi. Wodę zagotowuje w czajniku elektrycznym o pojemności 1,5 l, posiadającym grzałkę o mocy 2800 W, który pracuje pod stałym napięciem 220 V. Temperatura początkowa wody wynosi 15° C. W pomieszczeniu panuje ciśnienie 101325 Pa. Zakładamy, że 60% dostarczonej energii elektrycznej powoduje wzrost energii wewnętrznej wody oraz, że opór grzałki czajnika podczas jego pracy nie ulega zmianie. Tabela podaje zależność temperatury wrzenia wody od ciśnienia. Ciepło właściwe wody $4200 \frac{\text{J}}{\text{kg K}}$.

Ciśnienie [Pa]	Temperatura wrzenia wody [K]
19865	333
31177	343
47329	353
70128	363
101325	373

27. Oblicz czas potrzebny do zagotowania 1,5 litra wody w tym czajniku.

Odp.

- ♦ *wykorzystanie zasady zachowania energii* *1 punkt*
- ♦ *wykorzystanie definicji sprawności* *1 punkt*
- ♦ *podanie wyniku wraz z jednostką $t=318,75 \text{ s}$ lub $t=5,3 \text{ min}$* *1 punkt*

28. Określ, czy czas zagotowania wody w czajniku: wzrośnie, pozostanie bez zmiany, zmaleje, gdy ciśnienie atmosferyczne zmniejszy się do wartości 980 hPa. Odpowiedź uzasadnij.

Odp.

- ♦ *podanie odpowiedzi „czas maleje”* *1 punkt*
- ♦ *podanie uzasadnienia: gdy ciśnienie maleje, to temperatura wrzenia maleje* *1 punkt*
- ♦ *podanie dodatkowego uzasadnienia: gdy temperatura wrzenia maleje, to przyrost temperatury jest mniejszy, więc czas zagotowania jest krótszy* *1 punkt*

29. Oblicz miesięczny koszt zagotowania 200 l wody, jeżeli za 1 kWh energii elektrycznej rodzina Kowalskich płaci 0,30 zł.

Odp.

- ♦ *obliczenie całkowitej energii cieplnej potrzebnej do zagotowania 200 l wody* *1 punkt*
- ♦ *wykorzystanie definicji sprawności* *1 punkt*
- ♦ *obliczenie całkowitej energii elektrycznej potrzebnej do zagotowania wody* *1 punkt*
- ♦ *obliczenie kosztów zagotowania 200 l wody $x=9,92 \text{ zł}$* *1 punkt*

Zadanie 23. (kropie)

Z kranu do szklanki kapąły kropki wody.



Maciek mierzył zależność wysokości słupa wody powstałego z kropel wpadających do szklanki od czasu ich wpadania. Wyniki pomiarów zamieścił w tabelce:

Czas [min]	0	4	8	10	12	16	20
Wysokość słupa wody [cm]	0	1,5	3,0	3,9	4,5	6,0	7,2

Maciek ocenił dokładność pomiaru czasu na 0,5 minuty, a dokładność pomiaru wysokości słupa wody na 2 mm.

Zadanie 23.1. (4 pkt)

Narysuj wykres zależności wysokości słupa wody w szklance od czasu wpadania kropel. W tym celu oznacz i wyskaluj osie, zaznacz punkty pomiarowe, nanieś niepewności i wykreśl prawidłową krzywą.

Zadanie 23.2. (4 pkt)

Przeanalizuj otrzymany wykres i wykonaj następujące polecenia:

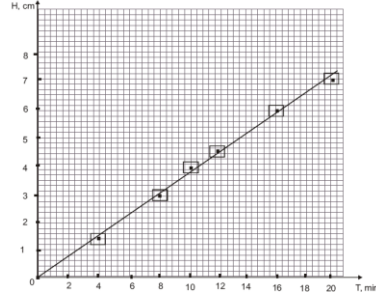
- Przedstaw równaniem otrzymaną na wykresie zależność wysokości słupa wody od czasu $h(t)$.
- Oblicz tangens kąta nachylenia otrzymanego wykresu $h(t)$. Określ, jakiej wielkości fizycznej odpowiada ten tangens.
- Napisz, jakim ruchem podnosił się poziom wody w szklance.

Zadanie 23.3. (4 pkt)

Korzystając z wykresu, wyznacz ciśnienie hydrostatyczne wywierane przez słup wody na dno szklanki po 14 minutach kapania kropel. Gęstość wody wynosi 1000 kg/m^3 .

Odp.

zadanie 23.1.



zadanie 23.2.

- Po analizie wykresu stwierdzamy, że wysokość słupa wody w szklance jest liniową funkcją czasu kapania kropel; można to zapisać posługując się matematyczną zależnością:

$$h = A \cdot t, \text{ gdzie } A \text{ jest współczynnikiem kierunkowym prostej.}$$

- Współczynnik kierunkowy otrzymanej prostej możemy obliczyć korzystając z zależności:

$$A = \frac{\Delta h}{\Delta t} = \frac{4,5 \text{ cm}}{12 \text{ min}} = 0,38 \text{ cm/min}$$

Jest on równy szybkości podnoszenia się wody w szklance podczas kapania kropel.

- Woda w szklance podnosiła się ruchem jednostajnym.

zadanie 23.3.

Obliczamy ciśnienie wody na dno szklanki:

$$p = \frac{P}{S} = \frac{mg}{S} = \frac{dgh}{S} = dgh$$

odczytujemy z wykresu wysokość słupa wody po czasie 14 min - $h = 5,2 \text{ cm} = 0,052 \text{ m}$; obliczamy ciśnienie $p = 520 \text{ Pa}$.

Zadanie 25. Słoik (11 pkt)

Podczas przygotowywania konfitur słoiki wstawia się do naczynia z wrzącą wodą, gdzie osiągają temperaturę $T_w = 100^\circ\text{C}$. Następnie zamyka się szczelnie pokrywę słoika (pozostawiając wewnątrz trochę powietrza) i wyciąga słoik z wody do ostygnięcia. W dalszych rozważaniach przyjmij, że w opisanych warunkach powietrze zamknięte w słoiku możemy traktować jak gaz doskonały. Pomiń wpływ ciśnienia pary wodnej na ciśnienie wewnątrz słoika oraz nie uwzględniaj zmian objętości słoika i konfitur. Przyjmij ciśnienie atmosferyczne za równe $p_0 = 1013 \text{ hPa}$.

25.1 (1 pkt)

Zapisz, jakiej przemianie gazowej ulega powietrze zamknięte w słoiku w trakcie stygnięcia, zakładając, że pokrywka nie ulega wygięciu.

25.2 (2 pkt)

Wykaż, że ciśnienie powietrza wewnątrz słoika po jego ostygnięciu do temperatury otoczenia równej $T_0 = 20^\circ\text{C}$ wynosi około 795 hPa .

25.3 (2 pkt)

Oblicz, z jaką siłą po ostygnięciu słoika (nie bierz pod uwagę siły wynikającej z dokręcenia pokrywki) pokrywka jest dociskana do słoika, jeśli jej średnica jest równa $d = 8 \text{ cm}$.

25.4 (3 pkt)

Podczas morskiej wycieczki częściowo opróżniony słoik, (ale zamknięty pokrywką) potoczył się po pokładzie i wpadł do wody. Oblicz, jaka musi być minimalna masa m przetworów w słoiku, aby po wpadnięciu do wody morskiej zaczął tonąć. Masa pustego słoika z zakrętką wynosi $M = 0,25 \text{ kg}$, a jego objętość zewnętrzna $V = 1,5 \text{ dm}^3$. Przyjmij gęstość wody morskiej przy powierzchni za równą $\rho_w = 1025 \text{ kg/m}^3$. Pomiń wpływ masy powietrza zamkniętego w słoiku na masę całego słoika.

25.5 (2 pkt)

Gęstość wody morskiej rośnie wraz ze zwiększaniem głębokości. Na powierzchni wynosi 1025 kg/m^3 , a na głębokości około 1000 m osiąga wartość 1028 kg/m^3 . Przy dalszym wzroście głębokości gęstość wody już nie ulega zmianie. Wyjaśnij, jaki wpływ na prędkość tonącego słoika ma fakt, że gęstość wody morskiej rośnie wraz z głębokością. Przyjmij, że na tonący słoik działa siła oporu wody wprost proporcjonalna do wartości prędkości tonięcia słoika.

25.6 (1 pkt)

Zapisz, jaka musi być średnia gęstość słoika wraz z zamkniętą zawartością, aby mógł on dotrzeć do dna morza, jeśli głębokość w tym miejscu przekracza 1000 m .

Odp.

25.1	Powietrze ulega przemianie izochorycznej.	1
25.2	Zastosowanie równania stanu gazu doskonałego lub równania Clapeyrona i przekształcenie ich do postaci umożliwiającej obliczenie ciśnienia w słoiku: $\frac{p_s V}{T_0} = \frac{p_o V}{T_w}, \text{ skąd}$ $p_s = \frac{p_o T_o}{T_w}$	1
	Obliczenie wartości ciśnienia wewnątrz słoika: $p_s = 795 \text{ hPa}$	1
25.3	Określenie siły parcia z jednoczesnym określeniem różnicy ciśnień oraz uwzględnieniem powierzchni pokrywki: $F = S \Delta p = S(p_0 - p_s) =$ $= \frac{\pi d^2}{4} (p_0 - p_s)$	1
	Obliczenie wartości siły: $F = 109,5 \text{ N}$	1

	Zauważenie, że gęstość słoika musi być większa od gęstości wody, (lub łączna masa słoika musi być większa do masy wypartej wody): $\rho_s \geq \rho_w \text{ lub } M + m \geq m_w$	1
25.4	Wyznaczenie minimalnej masy przetworów: $m > V \rho_w - M$	1
	Obliczenie minimalnej wartości masy przetworów: $m > 1,2875 \text{ kg} \approx 1,29 \text{ kg}$	1
25.5	Podczas zanurzania gęstość wody wzrasta, co powoduje zwiększanie wartości siły wyporu działającej na słoik.	1
25.6	Wzrost siły wyporu powoduje coraz mniejszy przyrost prędkości opadania. Określenie średniej gęstości słoika: $\rho_s \geq 1028 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	1

Zadanie 24. Ryby (8 punktów)

24.1 (6 punktów)

Ryby sterują głębokością swego zanurzenia w wodzie, zmieniając zawartość powietrza w pęcherzach pławnych, tak aby ich średnia gęstość była równa gęstości wody na danej głębokości. Przyjmij, że gdy całe powietrze jest usunięte z pęcherzy pławnych, ryba ma średnią gęstość równą $1080 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. Oblicz, jaką część całkowitej objętości ryby musi stanowić powietrze w pęcherzach pławnych, aby jej gęstość zmniejszyła się do wartości odpowiadającej zwykłej gęstości wody ($1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$). Gęstość powietrza wynosi $1,21 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

24.2 (2 punkty)

Ryby pływają na różnych głębokościach. Od wód powierzchniowych po bardzo głębokie. Oblicz zmianę ciśnienia wywieranego przez wodę na rybę, która spod samej powierzchni jeziora popłynęła na głębokość 50 m .

Odp.

	V_1 - objętość ryby bez powietrza V_2 - powietrza V - objętość ryby z powietrzem $V = V_1 + V_2$	1
24.1	$m = m_1 + m_2$ $V d = V_1 d_1 + V_2 d_2$ $\frac{V_2}{V} = \frac{d_1 - d}{d_1 - d_2}$ $\frac{V_2}{V} \approx 0,074$	1
24.2	$\Delta p_h = \rho g \Delta h$ $\Delta p_h \approx 5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$	1

Zadanie 25. (wahadlo)

Uczniowie podczas lekcji wyznaczali masę Ziemi, wykorzystując wahadło matematyczne. Do dyspozycji uczniów przygotowano następujące przyrządy: nici, obciążniki o małych rozmiarach, stoper, przymiar, haczyk przymocowany do sufitu sali. Uczniowie zapisali wyniki swoich pomiarów i obliczeń w tabelce:

Długość wahadła [m]	0,5	0,75	1,0	1,25	1,5	1,75	2,0	2,25	2,5
Średni okres drgań [s]	1,43	1,73	1,99	2,24	2,45	2,66	2,83	3,00	3,17
Masa Ziemi [10^{24} kg]	5,885	5,939	6,031	5,958	5,988	5,952	5,994	5,976	5,988

Zadanie 25.1. (4 pkt)

Korzystając z wielkości mierzonych w doświadczeniu, przedstaw sposób obliczenia masy Ziemi oraz sprawdź jednostkę obliczonej masy.

Zadanie 25.2. (4 pkt)

Zapisz w punktach czynności wykonywane przez uczniów podczas doświadczenia.

Zadanie 25.3. (2 pkt)

Tablicowa wartość masy Ziemi wynosi $5,975 \cdot 10^{24}$ kg. Oszacuj niepewność pomiarową wyznaczonej doświadczalnie przez uczniów masy Ziemi. Posłuż się metodą błędów

względnych δ (wykorzystaj wzór: $\delta = \frac{|A_t - A_p|}{A_t} \cdot 100\%$, gdzie A_t - tablicowa wartość

mierzonej wielkości, A_p - średnia wartość wyznaczanej wielkości).

Zadanie 25.4. (2 pkt)

Przeanalizuj i uzasadnij, czy masa wybranego obciążnika i jego rozmiary oraz długość nici mogą mieć wpływ na otrzymane wyniki.

Odp.

zadanie 25.1.

Korzystamy ze wzoru na okres wahadła matematycznego:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

wstawiamy wzór na przyspieszenie grawitacyjne $g = \frac{GM}{R^2}$

po przekształceniach otrzymujemy wzór na masę Ziemi:

$$M = \frac{4\pi^2 l R^2}{GT^2}$$

Sprawdzamy jednostkę:

$$[M] = \frac{m \cdot m^2}{N \cdot m^2 \cdot s^2} = \frac{kg \cdot N}{N} = [kg]$$

zadanie 25.2.

Przebieg czynności:

- zmontować wahadło i zmierzyć jego długość;
- wprawić wahadło w ruch drgający, zmierzyć czas, np. 10 drgań, obliczyć średni okres drgań;
- obliczyć masę Ziemi;
- zmienić długość wahadła i powtórzyć doświadczenie.

zadanie 25.3.

Obliczamy średnią wartość masy Ziemi:

$$M_{\text{śr}} = 5,968 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

obliczamy niepewność pomiarową za pomocą metody błędów względnego:

$$\delta = \frac{|M - M_{\text{śr}}|}{M} \cdot 100\% = 0,12\%$$

zadanie 25.4.

Masa ciężarka i jego rozmiary mają wpływ na stopień tłumienia drgań, dlatego obciążnik powinien mieć dużą masę, ale małe rozmiary, żeby drgania można uznać za swobodne. Długość nici powinna być na tyle duża, aby skonstruowane wahadło można było traktować jak wahadło matematyczne.

Zadanie 21. Gwizdek (9 pkt)

Gwizdek (piszczałka zamknięta z jednego końca) wydaje ton o częstotliwości 2750 Hz. Prędkość dźwięku w powietrzu wynosi 330 m/s.

a) Wykonaj odpowiedni rysunek i na jego podstawie oblicz długość tego gwizdka.

b) Moc gwizdka wynosi $4\pi \cdot 10^{-8}$ W, próg słyszalności 10^{-12} W/m². W jakiej odległości od gwizdka nie będzie słychać jego dźwięku?

(2 pkt)

c) Sędzia, używając gwizdka, biegnie w kierunku zawodnika z prędkością 12 km/h. Jaka częstotliwość dźwięku będzie słyszał zawodnik?

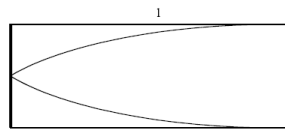
(2 pkt)

d) Jaka byłaby częstotliwość tonu, gdyby gwizdek skrócić o 1/6 długości?

(2 pkt)

Odp.

a)



W piszczałce powstaje fala stojąca, która od strony zamkniętej ma węzeł, a od otwartej strzałkę. W długości gwizdka mieści się więc 1/4 długości fali.

$$l_1 = \frac{\lambda_1}{4} \quad \text{i} \quad \lambda_1 = \frac{v}{f}$$

$$l_1 = \frac{v}{4f} = 3[\text{cm}]$$

b)

$$I = \frac{\Delta P}{\Delta S} \Rightarrow \Delta P = I \Delta S = 4\pi I r^2$$

$$r = \sqrt{\frac{\Delta P}{4\pi I}} = 100 \left[\sqrt{\frac{W m^2}{W}} = \sqrt{m^2} = m \right]$$

c)

$$v' = v_0 \frac{v}{v - u} = 2778[\text{Hz}]$$

d)

$$l_2 = l_1 - \frac{1}{6} l_1 = \frac{5}{6} l_1 = 2,5[\text{cm}]$$

$$v_2 = \frac{v}{\lambda_2} = \frac{v}{4l_2} = 3300[\text{Hz}]$$

1 p. – wykonanie rysunku z objaśnieniem;
1 p. – zapisanie wzoru na długość fali;
1 p. – obliczenie długości fali pierwotnej

1 p. – wyznaczenie odległości ze wzoru na natężenie dźwięku;
1 p. – obliczenie odległości z jednostkami

1 p. – zapisanie wzoru Dopplera;
1 p. – obliczenie częstotliwości

1 p. – obliczenie długości po skróceniu;
1 p. – obliczenie zmienionej częstotliwości

Zadanie 26. Wahadła (10 pkt)

Metalową kulkę o masie 0,1 kg zawieszono na nici o pewnej długości i wychyleno z położenia równowagi. Zależność wychylenia kulki x od czasu t możemy opisać wzorem:

$$x = 0,11 \sin\left(0,8\pi + \frac{\pi}{2}\right)$$

(Wartości liczbowe wielkości fizycznych, wyrażono w jednostkach układu SI).

26.1 (3 pkt)

Podaj i zapisz wartość amplitudy i fazy początkowej oraz oblicz okres drgań tego wahadła.

1. amplituda (1 pkt)

2. faza początkowa (1 pkt)

3. okres drgań (1 pkt)

26.2 (2 pkt)

Wykaż, że jeżeli okres wahań wahadła matematycznego jest równy 2 s, to jego długość

wynosi około 1 m. Przyjmij, że wartość przyspieszenia ziemskiego wynosi $10 \frac{m}{s^2}$.

Tę samą metalową kulkę zawieszono na sprężynie i wprawiono w drgania. Okres drgań kulki był równy 2 s.

26.3 (2 pkt) Oblicz współczynnik sprężystości sprężyny (masę sprężyny pomiń).

Obserwując dzieci huśtające się na huśtawce można zauważyć, że amplituda wahań w miarę upływu czasu stopniowo maleje.

26.4 (3 pkt)

Napisz, jakie trzy warunki należy spełnić, aby amplituda wahań huśtawki była stała. Przyjmij, że okres wahań wynosi 4 s.

1.

.....

.....

.....

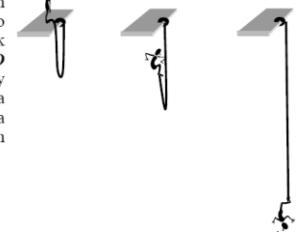


Odp.

	Zapisanie wartości amplitudy. ($A = 0,11$ m)	1 p.	3 p.	
26.1	Zapisanie wartości fazy początkowej $\varphi = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$	1 p.		
	Obliczenie okresu drgań wahadła. $\varphi = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \frac{\text{rad}}{s}$ ($T = 2,5$ s)	1 p.		
	Skorzystanie ze wzoru $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$	1 p.	2 p.	Uczeń może wykazać prawdziwość stwierdzenia dowolną poprawną metodą.
26.2	Wykazanie, że jeżeli okres wahań jest równy 2 s to długość wahadła wynosi około 1 m (np. obliczenie długości wahadła $l \approx \frac{T^2 \cdot g}{4\pi^2} = 1 \text{ m}$)	1 p.		
	Skorzystanie ze wzoru $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ i przekształcenie do postaci	1 p.	2 p.	
26.3	$k = \frac{4\pi^2 m}{T^2}$ Obliczenie wartości współczynnika sprężystości ($k \approx 1 \frac{N}{m}$)	1 p.		
	1. Należy huśtawce dostarczać energii równej tej, która jest tracana na skutek oporów ruchu	1 p.	3 p.	Uczeń może swoją odpowiedź sformułować dowolnie, ważne jest aby w odpowiedzi znalazły się istotne elementy wskazane w modelu odpowiedzi.
26.4	2. Należy huśtawce dostarczać energii okresowo co 4 sekundy lub co 2 sekundy	1 p.		
	3. Należy huśtawce dostarczać energii w chwili największego wychylenia z położenia równowagi (lub odpowiednia/zgodna faza)	1 p.		

Zadanie 1. BUNGEE – czyli skoki na linie (12 pkt)

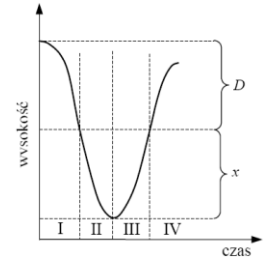
Skoki na linie zaczęły być popularne w różnych krajach w latach osiemdziesiątych ubiegłego wieku. Wykonując taki skok zawodnik przywiązuje do nóg sprężystą linę o długości D (zamocowaną drugim końcem do platformy startowej) i powoli przechylając się rozpoczyna swobodne spadanie w dół. Po wyprostowaniu liną zaczyna się rozciągać o długość x i hamuje ruch zawodnika.



1.1 (2 pkt)

Zamieszczony poniżej wykres przedstawia uproszczoną zależność wysokości skoczka nad powierzchnią Ziemi od czasu, jaki upływa od początku skoku. Przeanalizuj wykres oraz zjawisko spadania skoczka (działające siły) i zapisz w tabeli nazwę rodzaju ruchu (przyspieszony, opóźniony), jakim porusza się skoczek dla każdego etapu. Pomiń wzrost skoczka oraz ciężar liny.

Etap	Rodzaj ruchu
I	
II	
III	
IV	



1.2 (4 pkt)

Przed użyciem liny do skoków bungee, dokonano pomiarów zależności wydłużenia liny od wartości siły, z jaką ją rozciągano. Pomiarów dokonano z dokładnością: $\Delta F = \pm 50$ N, $\Delta x = \pm 0,5$ m. Wyniki zapisano w tabeli:

Siła F , N	550	650	900	1250	1850	2350
Wydłużenie x , m	4	5	7	10	14	18

Wykonaj na sąsiedniej stronie wykres zależności wartości siły rozciągającej linę od wydłużenia liny. W tym celu dobrać odpowiednio osie współrzędnych, skale wielkości i jednostki, zaznaczyć punkty, nanieść niepewności pomiarowe i wykreśli linię ilustrującą tę zależność.

1.3 (2 pkt)

Wykaż, że średnia wartość współczynnika sprężystości badanej liny wynosi około 130 N/m. Swobodnie zwisająca lina, o współczynniku sprężystości równym 130 N/m, ma długość $D = 20$ m. Człowiek o masie 65 kg, któremu zamocowano do nóg koniec liny pochyła się i spada z platformy startowej. Ciężar liny pomiń.

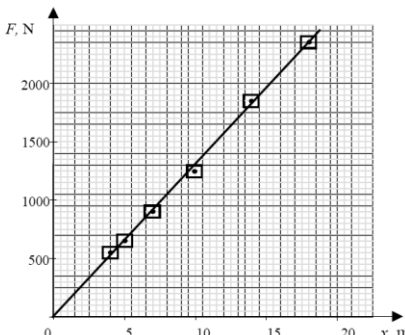
1.4 (2 pkt)

Oblicz wartość prędkości skoczka w momencie, kiedy lina jest wyprostowana, ale jeszcze nie napięta. Pomiń opory powietrza.

1.5 (2 pkt)

Wykaż, wykonując niezbędne obliczenia, że maksymalne wydłużenie liny podczas skoku wynosi około 20 m.

Odp.

1.1	Etap	Rodzaj ruchu	2	
	I	przyspieszony		
	II	opóźniony		
	III	przyspieszony		
	IV	opóźniony		
Cztery poprawne uzupełnienia tabeli			- 2 p.	
Trzy poprawne uzupełnienia tabeli			- 1p.	
Mniej niż trzy poprawne uzupełnienia tabeli			- 0 p.	
1.2	Dobranie odpowiednio osi współrzędnych, skali wielkości i jednostek.			1
	Poprawne naniesienie punktów pomiarowych na wykresie.			1
	Zaznaczenie niepewności pomiarowych.			1
	Narysowanie linii ilustrującej zależność.			1
				
1.3	Dobranie metody wyznaczania współczynnika sprężystości:			1
	➤ na podstawie nachylenia wykresu: $k = \frac{F}{x}$ lub			
	➤ w oparciu o dane podane w tabeli.			
	Obliczenie wartości współczynnika sprężystości liny $k \approx 130$ N/m.			
	Wartość współczynnika sprężystości może różnić się od 130 N/m ale musi wynikać z obliczeń.			
1.4	Zapisanie związku $\frac{mv^2}{2} = mgD$.			1
	Obliczenie wartości prędkości $v = 20$ m/s.			1
1.5	Zapisanie związku $mgD + mgx = \frac{kx^2}{2}$.			1
	Podstawienie wartości $x = 20$ m i wykazanie, że wartość ta spełnia równanie $mgD + mgx = \frac{kx^2}{2}$.			1
	Zakładając że rozwiązać równanie kwadratowe i obliczyć wartość $x = 20$ m.			

Zadanie 25. (Wahadło)

Kolekcjoner antyków postanowił dorabiać wahadła do starych zegarów wahadlowych. Kolekcjoner nie miał pojęcia, jak długie i ciężkie powinny być wahadła. Dlatego też próbował wahadeł o różnej długości i masie. Jego syn Jaś, chcąc sprawdzić, czy takie wahadła można potraktować jako wahadła matematyczne, zapisał otrzymane przez ojca wyniki w tabeli. W pierwszym wierszu tabeli podana jest długość wahadła, w drugim - kwadrat okresu jego wahań. Niepewność pomiaru okresu wynosiła około 0,1 s, w ostatnim wierszu tabeli podana jest niepewność pomiaru kwadratu okresu wahań. Niepewność pomiaru długości wynosiła 0,02 m.

Tabela

l [m]	0,20	0,50	0,80	1,10	1,40	1,70
T ² [s ²]	0,81	1,96	3,24	4,41	5,52	6,76
D [s ²]	0,18	0,28	0,36	0,42	0,47	0,52

Wyniki doświadczenia nie zależały również od masy wahadła. Spróbuj odtworzyć rozumowanie Jasia, który chce wyjaśnić ojcu otrzymane rezultaty.

25.1 (0-4 pkt)

W tym celu: sporządź wykres zależności kwadratu okresu od długości wahadła i zaznacz prostokąty niepewności pomiarowych. Pamiętaj o oznaczeniu osi i naniesieniu skali na każdą z nich.

25.2 (0-3 pkt)

Czy badane wahadła można traktować jak matematyczne? Uzasadnij odpowiedź na podstawie znanych Ci praw fizycznych i uzyskanego wykresu.

25.3 (0-3 pkt)

Syn kolekcjonera, Jaś, który pomagał ojcu w pomiarach, wyznaczył na podstawie narysowanego wykresu przyspieszenie ziemskie. Oblicz, jaki otrzymał wynik?

25.4 (0-7 pkt)

Uwzględniając prostokąty niepewności pomiarowych, dorysuj na wykresie prostą o największym i najmniejszym nachyleniu. Wykorzystując je, określ przedział wartości, do którego należy g wyznaczone w tym doświadczeniu.

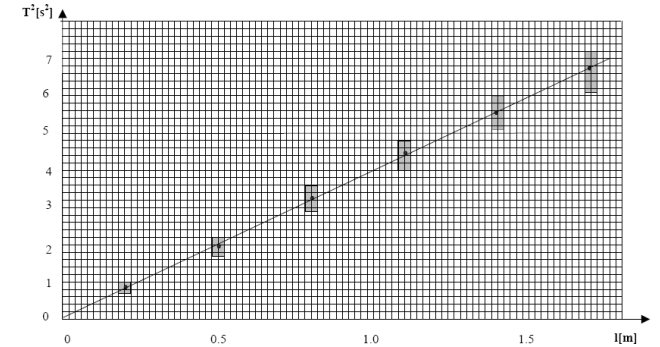
25.5 (0-2pkt)

Do jednego z zegarów kolekcjoner potrzebował wahadła o okresie drgań 2 sekundy. Na podstawie wykresu odpowiedz, jaka powinna być długość wahadła i jaka jest niepewność wyniku?

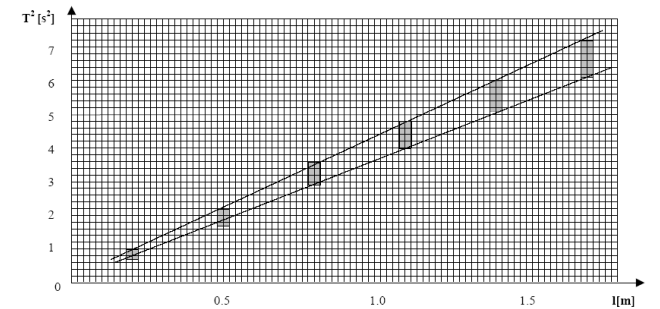
Odp.

25.1	Wyskalowanie wykresu.	1
	Naniesienie punktów pomiarowych.	1
	Naniesienie niepewności pomiarowych.	1
	Wykreślenie prostej „najlepszego dopasowania”	1
25.2	Z praw ruchu, dla małych drgań wahadła matematycznego $T^2 = \frac{4\pi^2}{g} \cdot l$, gdzie g jest przyspieszeniem ziemskim. Wykres $T^2(1)$ dla takiego wahadła jest półprostą o początku w punkcie (0,0). Okres nie zależy od masy. Przedłużenie narysowanego wykresu przechodzi przez punkt (0,0). Zatem badane wahadło może być traktowane jak matematyczne.	3
	Z wykresu obliczamy współczynnik kierunkowy narysowanej prostej, $a = 4s^2/m$ (patrz wykres 1)	2
	Zatem $g = \frac{4\pi^2}{a} = 9,86m/s^2$	1
	Uwaga. Wynik może być nieco inny, gdy inaczej poprowadzono prostą.	
25.4	Narysowanie prostych o najmniejszym i największym nachyleniu (wykres 2)	1
	Obliczenie na podstawie wykresu współczynników kierunkowych: $a_{min} \approx 3,56s^2/m$, $a_{max} \approx 4,2s^2/m$	2
	Obliczenie przyspieszeń: $g_{max} = \frac{4\pi^2}{a_{min}} \approx 11,08m/s^2$, $g_{min} = \frac{4\pi^2}{a_{max}} \approx 9,39m/s^2$	2
	$g \in [9,39m/s^2; 11,08m/s^2]$	1
25.5	Uwaga. Wartości liczbowe mogą wyjść nieco inne, bo zależą od tego jak poprowadzono proste. Liczy się metoda.	1
	Z wykresu odczytujemy, że długość wahadła powinna wynosić 1,0 m z niepewnością 0,04m ($1m \pm 0,02m$)	1

WYKRES 1



WYKRES 2



WAHADŁO MATEMATYCZNE

Studenci dokonali pomiaru zależności okresu drgań wahadła matematycznego od długości nici wahadła. Wyniki pomiarowe zamieszczono w tabeli poniżej.

Lp.	Długość wahadła l [m]	Okres drgań T [s]					Średnia wartość okresu T [s]	Niepewność pomiaru okresu ΔT [s]
		Pomiar 1	Pomiar 2	Pomiar 3	Pomiar 4	Pomiar 5		
1	0,20 ± 0,02	0,90	0,80	0,90	0,70	0,90	0,88	0,22
2	0,40 ± 0,02	1,30	1,40	1,20	1,10	1,20		
3	0,60 ± 0,02	1,60	1,50	1,60	1,80	1,40	1,58	0,22
4	0,80 ± 0,02	1,80	1,90	2,00	1,80	1,60		
5	1,00 ± 0,02	2,00	2,10	2,30	2,00	2,10		

Zadanie 23 (3 pkt.)

Uzupełnij dane w tabeli pomiarowej. Za niepewność pomiaru okresu dla każdej długości wahadła przyjmij wartość bezwzględną największej różnicy pomiędzy średnim okresem, a zmierzoną wartością okresu. Średnią wartość okresu i niepewność pomiarową okresu podaj z dokładnością do setnych części sekundy.

Zadanie 24 (3 pkt.)

Na podstawie danych pomiarowych wyznacz wartość przyspieszenia ziemskiego dla każdej długości wahadła. Oblicz średnią wartość przyspieszenia ziemskiego oraz podaj niepewność pomiarową średniej wartości przyspieszenia ziemskiego. Wyniki wpisz do tabelki poniżej, obliczone wartości podaj z dokładnością do setnych m/s².

Lp.	Długość wahadła l [m]	Średni okres drgań T[s]	Niepewność pomiaru okresu ΔT [s]	Wartość przyspieszenia ziemskiego g [m/s ²]
1	0,20 ± 0,02	0,88	0,22	10,19
2	0,40 ± 0,02			
3	0,60 ± 0,02	1,58	0,22	9,48
4	0,80 ± 0,02			
5	1,00 ± 0,02			
Średnia wartość przyspieszenia ziemskiego				
Niepewność pomiaru średniej wartości przyspieszenia ziemskiego**				

*Średnią wartość przyspieszenia ziemskiego oblicz jako średnią arytmetyczną wartości przyspieszeń dla wszystkich długości wahadła.

**Niepewność pomiaru średniej wartości przyspieszenia ziemskiego oblicz jako wartość bezwzględną największej różnicy średniej wartości przyspieszenia ziemskiego i wartości przyspieszenia ziemskiego dla danej długości wahadła.

Zadanie 25 (5 pkt.)

Narysuj wykres zależności okresu drgań wahadła matematycznego od długości nici. Nanieś na wykresie punkty pomiarowe, zaznacz niepewności pomiarowe oraz dopasuj odpowiednią krzywą.

Zadanie 26 (2 pkt.)

Ustal czy następujące stwierdzenie jest prawdziwe: *Okres drgań wahadła matematycznego jest wprost proporcjonalny do długości nici wahadła*. Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 27 (5 pkt.)

Przedstaw na rysunku wahadło matematyczne w położeniu maksymalnego wychylenia oraz w położeniu równowagi. Narysuj wszystkie siły działające na kulkę wahadła w opisanych przypadkach. Przyjmij, że kąt maksymalnego wychylenia wahadła jest mniejszy od 5° .

Odp.

Zadanie 23 (3 punkty)

- obliczenie średnich okresów – *1 punkt*
- określenie niepewności pomiarowych okresu – *1 punkt*
- zaokrąglenie do setnych części sekundy – *1 punkt*

Zadanie 24 (3 punkty)

- obliczenie wartości przyspieszenia ziemskiego dla co najmniej trzech długości wahadła – *1 punkt*
- obliczenie średniej wartości przyspieszenia ziemskiego – *1 punkt*
- określenie niepewności pomiarowej wartości przyspieszenia ziemskiego – *1 punkt*

Zadanie 25 (5 punktów)

- oznaczenie i wyskalowanie osi – *1 punkt*
- naniesienie punktów pomiarowych – *1 punkt*
- naniesienie niepewności pomiarowych długości nici – *1 punkt*
- naniesienie niepewności pomiarowych okresu – *1 punkt*
- dopasowanie krzywej – *1 punkt*

Zadanie 26 (2 punkty)

- podanie odpowiedzi: *stwierdzenie nie jest prawdziwe* – *1 punkt*
- podanie uzasadnienia: okres drgań wahadła $T \sim \sqrt{l}$ – *1 punkt*

Zadanie 27 (5 punktów)

Dla maksymalnego wychylenia:

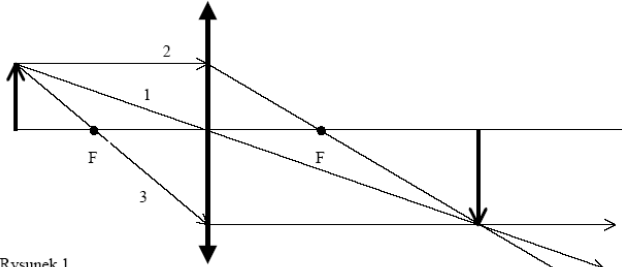
- zaznaczenie na rysunku siły ciężaru– *1 punkt*
- zaznaczenie na rysunku siły sprężystości nici – *1 punkt*

Dla położenia równowagi:

- narysowanie siły ciężkości – *1 punkt*
- narysowanie siły sprężystości nici – *1 punkt*
- narysowanie sił we właściwych proporcjach – *1 punkt*

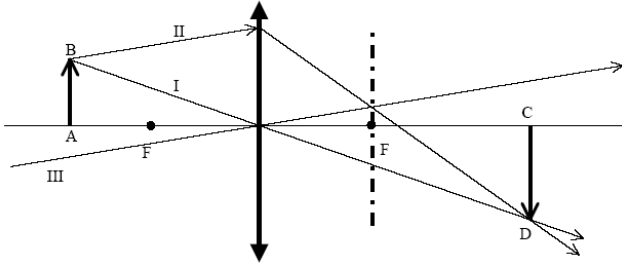
Zadanie 23. Promienie i obrazy

W szkole często rysowaliście obrazy powstające w soczewkach skupiających i rozpraszających. Dla uproszczenia przyjmuje się, że symbol  oznacza soczewkę skupiającą.



Rysunek 1.

Konstruowanie obrazu polega na poprowadzeniu co najmniej dwóch promieni z danego punktu i zaznaczeniu miejsca przecięcia się promieni załamanych w soczewce (obraz rzeczywisty) lub przedłużeniu tych promieni (obraz pozorny). Najczęściej posługujemy się promieniami przechodzącymi przez ognisko soczewki lub środek soczewki. Na rysunku 1. oznaczone są one cyframi 1,2,3. Spróbujmy teraz narysować dowolny promień, np. II (rys. 2).



Rysunek 2.

Promień II po przejściu przez soczewkę musi przejść przez punkt będący obrazem punktu B, czyli przez punkt D. Poprowadźmy teraz promień równoległy do promienia II przechodzący przez środek soczewki (III). Okazuje się, że promienie te przecinają się w płaszczyźnie prostopadłej do głównej osi optycznej przechodzącej przez ognisko. Jest to informacja, która pomaga zaoszczędzić dużo pracy przy rozwiązywaniu zadań konstrukcyjnych z optyki geometrycznej.

Polecenia:

23.1 (3 pkt)

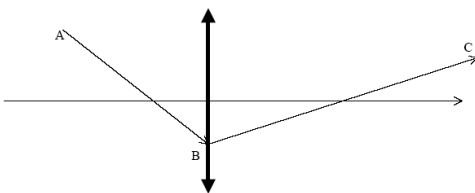
Obrazem punktu A w soczewce skupiającej jest punkt B. Wyznacz konstrukcyjnie (na poniższym rysunku) położenie soczewki i położenie ognisk w soczewce skupiającej.



Rysunek 3.

23.2 (4 pkt)

Na rysunku 4. pokazano bieg promienia ABC przez soczewkę skupiającą. Wyznacz konstrukcyjnie (na poniższym rysunku) położenie ognisk soczewki.



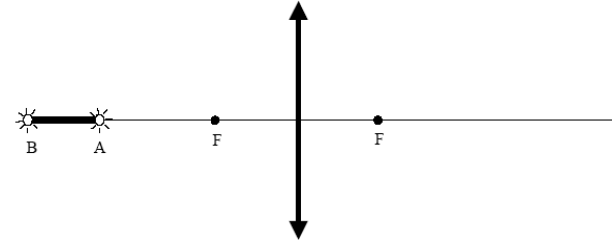
Rysunek 4.

Poniższy tekst odnosi się do poleceń 23.3–23.8.

Na obu końcach kijka o długości 20 cm uczniowie umieścili małe żarówki, które następnie podłączyli do baterii. Kijek z żarówkami umieścili wzdłuż osi optycznej soczewki, tak jak pokazuje rysunek 5. Ogniskowa soczewki skupiającej wynosi 20 cm. Żarówka A znajduje się 50 cm od soczewki.

23.3 (2 pkt)

Wyznacz konstrukcyjnie (na poniższym rysunku) położenie obrazu żarówki A i żarówki B w tej soczewce. Wskazówka: możesz narysować odpowiednio umieszczone strzałki pomocnicze.



Rysunek 5.

23.4 (3 pkt)

Korzystając z równania soczewki udowodnij, że obraz żarówki A znajduje się w odległości $33\frac{1}{3}$ cm, a obraz żarówki B w odległości 28 cm od soczewki.

23.5 (1 pkt)

Oblicz długość obrazu kijka, jaki uzyskano w tej soczewce.

23.6 (1 pkt)

Oblicz powiększenie liniowe obrazu kijka.

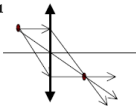
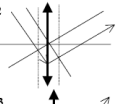
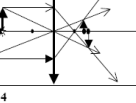
23.7 (3 pkt)

Oblicz promień krzywizny użytej w ćwiczeniu soczewki płasko-wypukłej, jeżeli wiadomo, że wykonana jest ona ze szkła o współczynniku załamania $n_1 = 1,6$, a jej ogniskowa w powietrzu ($n_2 = 1$) wynosi 20 cm.

23.8 (3 pkt)

Oblicz, ile razy zwiększy się ogniskowa tej soczewki, jeżeli umieścimy ją w wodzie o współczynniku załamania $n_2 = 1,3$?

Odp.

23.1		1p - wyznaczenie położenia soczewki 1p - wyznaczenie jednego ogniska 1p - wyznaczenie drugiego ogniska
23.2		1p - narysowanie prostej równoległej do promienia AB przechodzącej przez środek soczewki 1p - narysowanie prostej równoległej do promienia BC przechodzącej przez środek soczewki 1p - narysowanie płaszczyzny ogniskowej i wyznaczenie położenia ogniska soczewki
23.3		1p - wyznaczenie obrazu punktu A 1p - powtórzenie konstrukcji dla punktu B
23.4	$y_A = 33\frac{1}{3} \text{ cm}, y_B = 28 \text{ cm}$	1p - wyznaczenie położenia obrazu dla punktu A 1p - wyznaczenie odległości x dla punktu B 1p - wyznaczenie położenia obrazu dla punktu B
23.5	$l' = 5 \text{ cm}$	1p - prawidłowe oszacowanie długości (uwzględniamy odpowiedzi: $5,33 \text{ cm}, 5\frac{1}{3} \text{ cm}$)
23.6	$p = \frac{5,33}{20} = 0,27$	1p - prawidłowy wynik
23.7	$R = 12 \text{ cm}$	1p - napisanie odpowiedniego wzoru soczewkowego 1p - przyjęcie, że jeden z promieni jest nieskończenie duży 1p - obliczenie promienia
23.8	$f_2 = 2,6 f_1$	1p - napisanie równania, dla soczewki umieszczonej w wodzie 1p - dokonanie obliczeń 1p - podanie prawidłowej odpowiedzi

Zadanie 24. Soczewka (10 pkt)

W pracowni szkolnej za pomocą cienkiej szklanej soczewki dwuwypukłej o jednakowych promieniach krzywizny, zamontowanej na ławie optycznej, uzyskiwano obrazy świecącego przedmiotu. Tabela zawiera wyniki pomiarów odległości od soczewki przedmiotu x i ekranu y, na którym uzyskiwano ostre obrazy przedmiotu. Bezwzględne współczynniki załamania powietrza oraz szkła wynoszą odpowiednio 1 i 1,5.

x(m)	y(m)
$\Delta x = \pm 0,02 \text{ m}$	$\Delta y = \pm 0,02 \text{ m}$
0.11	0.80
0.12	0.60
0.15	0.30
0.20	0.20
0.30	0.15
0.60	0.12
0.80	0.11

24.1 (3 pkt)

Oblicz promień krzywizny soczewki wiedząc, że jeśli przedmiot był w odległości 0,3 m od soczewki to obraz rzeczywisty powstał w odległości 0,15 m od soczewki.

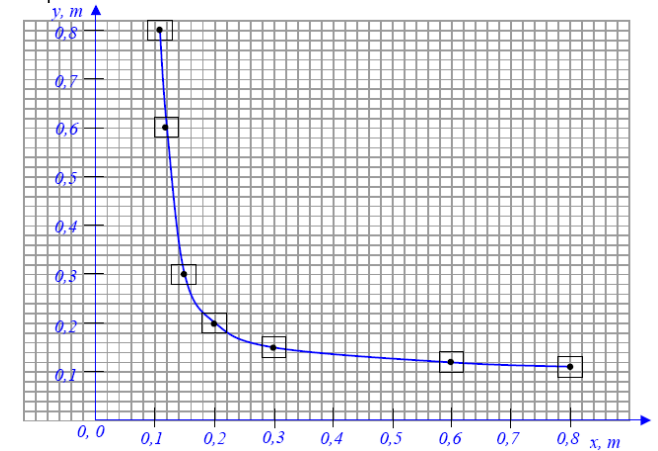
Odp

Korzystając z zależności $\frac{1}{f} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$, oraz $\frac{1}{f} = \left(\frac{n_2}{n_p} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)$,
można zapisać $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \left(\frac{n_2}{n_p} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right) \Rightarrow \frac{1}{0,3\text{m}} + \frac{1}{0,15\text{m}} = \left(\frac{1,5}{1} - 1\right) \cdot \frac{2}{r}$
 $\frac{3}{0,3\text{m}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{r} \Rightarrow r = 0,1\text{m}$

24.2 (4 pkt)

Naszkicuj wykres zależności y(x). Zaznacz niepewności pomiarowe. Wykorzystaj dane zawarte w tabeli.

Odp.



24.3 (3 pkt)

Gdy wartość x rośnie, y dąży do pewnej wartości, która jest wielkością charakterystyczną dla soczewki. Podaj nazwę tej wielkości fizycznej oraz oblicz jej wartość.

Odp.

Gdy x rośnie y dąży do wartości, która jest ogniskową soczewki.

$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{f}$
 $\frac{1}{f} = \frac{1}{0,15\text{m}} + \frac{1}{0,30\text{m}}$
 $\frac{1}{f} = \frac{3}{0,30\text{m}}$
 $\frac{1}{f} = \frac{1}{0,1\text{m}}$
 $f = 0,1\text{m}$

Zadanie 26. Laser (10 pkt)

Laser o mocy 0,1 W emituje w próżni monochromatyczną wiązkę światła o długości fali 633 nm i kołowym przekroju.

26.1 (5 pkt)

Oszacuj liczbę fotonów zawartych w elemencie wiązki światła o długości jednego metra.

Odp.

$$W = nE_f \quad i \quad W = P\Delta t, \quad \text{stad} \quad n = \frac{P\Delta t}{E_f}.$$

Ponieważ $E_f = h\frac{c}{\lambda}$, oraz $\Delta t = \frac{s}{c}$, gdzie: s – długość wiązki światła
zatem c – prędkość światła

$$n = \frac{P \frac{s}{c}}{h \frac{c}{\lambda}} = \frac{Ps\lambda}{hc^2}$$

$$n = \frac{0,1 W \cdot 1 m \cdot 633 \cdot 10^{-9} m}{6,63 \cdot 10^{-34} J \cdot s \cdot \left(3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}\right)^2} \approx 1,06 \cdot 10^9$$

26.2 (3 pkt)

Oblicz wartość siły, jaką wywierałaby ta wiązka światła laserowego padająca w próżni prostopadle na wypolerowaną metalową płytkę. Do obliczeń przyjmij, że w ciągu jednej sekundy na powierzchnię płytki pada 10^{17} fotonów. Załóż, że płytkę odbija w całości padające na nią promieniowanie.

Odp.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad i \quad a = \frac{F}{m}, \quad \text{zatem} \quad F = \frac{m\Delta v}{\Delta t} = \frac{\Delta p}{\Delta t}.$$

Ponieważ $\Delta p = 2np_f$, gdzie n – liczba fotonów, a p_f – wartość pędu fotonu $p_f = \frac{h}{\lambda}$, zatem

$$F = \frac{2nh}{\lambda\Delta t}$$

$$F = \frac{2 \cdot 10^{17} \cdot 6,63 \cdot 10^{-34} J \cdot s}{633 \cdot 10^{-9} m \cdot 1 s}$$

$$F \approx 2 \cdot 10^{-10} N$$

26.3 (2 pkt)

Oblicz najwyższy rząd widma, jaki można zaobserwować po skierowaniu tej wiązki prostopadle na siatkę dyfrakcyjną posiadającą 400 rys/mm.

Odp.

$$n\lambda = d \sin \alpha$$

Najwyższy rząd widma uzyskamy dla kąta $\alpha \rightarrow 90^\circ$, czyli $\sin \alpha \rightarrow 1$.

$$n\lambda = d$$

$$n = \frac{d}{\lambda}$$

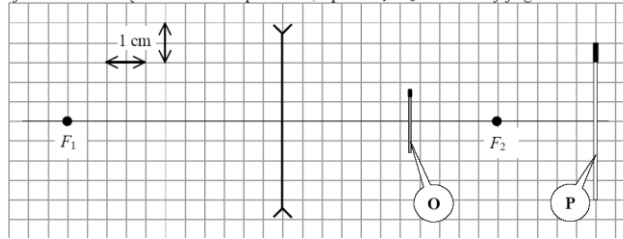
$$n = \frac{1}{\frac{400 \cdot 10^{-3} m}{633 \cdot 10^{-9} m}}$$

$$n \approx 3,95$$

Najwyższy rząd widma jaki można zaobserwować w opisanej sytuacji jest równy 3.

Zadanie 4. Soczewka rozpraszająca (12 pkt)

Na rysunku poniżej przedstawiono w sposób uproszczony cienką, symetryczną, szklaną, dwuwklesłą soczewkę oraz przedmiot (zapalnik) oznaczoną jako P i jego obraz oznaczony jako O. Soczewkę umieszczono w powietrzu, a przez F_1 i F_2 oznaczono jej ogniska.

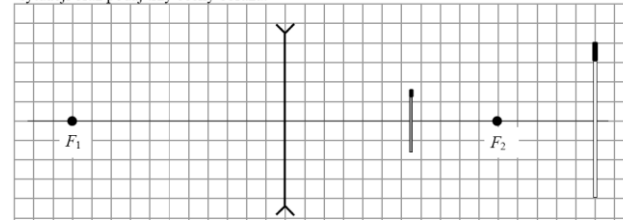


4.1 (2 pkt)

Wyznacz powiększenie liniowe obrazu.

4.2 (3 pkt)

Wykonaj na poniższym rysunku, konstrukcję powstawania obrazu w opisanej powyżej sytuacji oraz podaj trzy cechy obrazu.



Cechy obrazu:

4.3 (1 pkt)

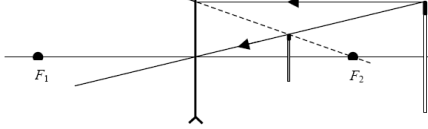
Uzasadnij, dlaczego przy użyciu soczewki dwuwklesłej umieszczonej w powietrzu nie można otrzymać obrazu rzeczywistego.

4.4 (4 pkt)

Oblicz promień krzywizny ścian soczewki. Do obliczeń wykorzystaj informacje zawarte na rysunku. Przyjmij współczynnik załamania szkła równy 1,5.

4.5 (2 pkt)

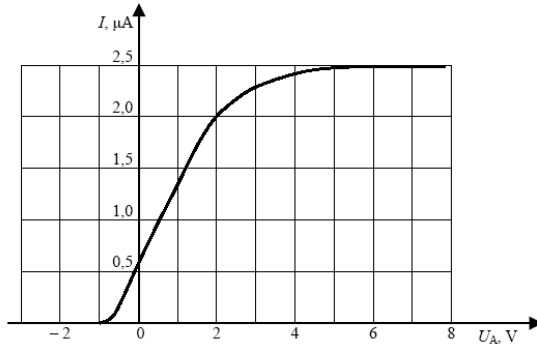
Zapisz, w jakich warunkach ta soczewka będzie soczewką skupiającą. Odpowiedź uzasadnij.

	Ustalenie wysokości obrazu i przedmiotu $h_o \approx 1,6$ cm i $h_p \approx 4$ cm	1
4.1	Obliczenie powiększenia liniowego obrazu $p \approx 0,4$. Obliczona wartość powiększenia musi wynikać ze zmierzonych długości.	1
4.2	Poprawna konstrukcja obrazu 	2
	Za każdy z dwóch prawidłowo poprowadzonych promieni po – 1 p. Przedłużenie promienia załamane musi być narysowane linią przerywaną. Wystarczy wykonanie konstrukcji jednego z końców zapalniczki.	
	Zapisanie trzech cech obrazu: pomniejszony, prosty, pozorny.	1
4.3	Prawidłowe uzasadnienie np. stwierdzenie, że w sytuacji przedstawionej w zadaniu promienie po przejściu przez soczewkę są rozbieżne.	1

	Zapisanie zależności $\frac{1}{f} = \left(\frac{n_{sz}}{n_p} - 1\right) \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R}\right) = (n - 1) \left(\frac{2}{R}\right)$ lub $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = (n - 1) \left(\frac{2}{R}\right)$.	1
4.4	Otrzymanie zależności $R = 2f(n - 1)$.	1
	Ustalenie (na podstawie rysunku w treści zadania) odpowiednich wartości f lub x i y .	1
	Obliczenie promienia krzywizny soczewki $R = -5,5$ cm. Za podanie wartości 5,5 cm nie przyznajemy punktu.	1
4.5	Podanie warunku np. ogniskowa soczewki musiała być dodatnia. Uzasadnienie np. odwołanie się do równania soczewki	1
	$\frac{1}{f} = \left(\frac{n_{sz}}{n_p} - 1\right) \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R}\right)$. i wykazanie w jakiej sytuacji ogniskowa f przyjmuje dodatnią wartość.	1

Zadanie 32. Fotokomórka (10 pkt)

Katoda fotokomórki oświetlana jest wiązką światła laserowego o długości fali 330 nm. Charakterystykę prądowo-napięciową tej fotokomórki przedstawiono poniżej na wykresie.



32.1 (4 pkt)

Korzystając z wykresu oblicz (w dżulach) pracę wyjścia elektronów z katody fotokomórki.

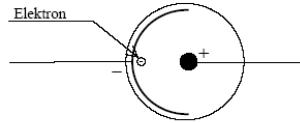
32.2 (1 pkt)

Tę samą fotokomórkę oświetlamy światłem o innej długości fali. Zapisz, jaki warunek musi być spełniony, aby po przyłożeniu odpowiedniego napięcia przez fotokomórkę popłynął prąd?

32.3 (2 pkt)

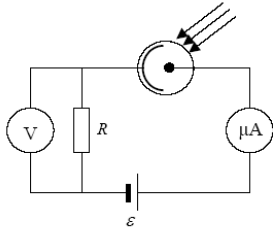
W przestrzeni między elektrodami rozważanej fotokomórki wytworzone jest pole elektryczne. Katoda jest częścią sfery, a anoda znajduje się w środku tej sfery.

Zapisz, jakim ruchem i po jakim torze (zaznacz na rysunku) będzie poruszać się elektron wybity przez foton, jeżeli jego prędkość początkowa po wybitciu będzie wynosiła zero. Uzasadnij swoją odpowiedź.



32.4 (3 pkt)

Fotokomórkę włączono w przedstawiony na rysunku obwód prądu elektrycznego.



Woltomierz, mierzący napięcie na zaciskach opornika, wskazał wartość 4 V, a amperomierz 2 μA. Oba przyrządy są idealne (tzn. opór woltomierza jest nieskończenie duży, a opór amperomierza zerowy). Oblicz opór opornika oraz siłę elektromotoryczną źródła prądu. Opór wewnętrzny źródła prądu jest mały więc go pomini.

Czy zwiększenie siły elektromotorycznej ogniwa spowoduje proporcjonalne zwiększenie natężenia prądu w obwodzie? Odpowiedź uzasadnij.

Odp.

Odczytanie z wykresu wartości napięcia hamowania elektronów.

$$U_h = 1 \text{ V}$$

Wykorzystanie napięcia hamowania do obliczenia energii wybijanych elektronów.

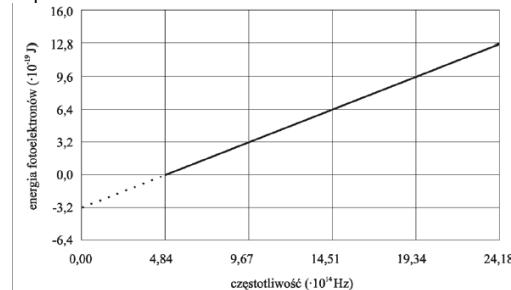
$$eU_h = \left(\frac{mv^2}{2} \right)_{\max}$$

Wykorzystanie wzoru Einsteina - Millikana do obliczenia pracy wyjścia elektronu z fotokatody.	1
$h\nu = eU_h + W$ stąd $W = h\nu - eU_h$	
Obliczenie poprawnej wartości pracy wyjścia.	1
$W = 4,4 \cdot 10^{-19} \text{ J}$	
32.2 Podanie warunku, zawierającego poprawną nierówność (nieostrą) pomiędzy energią fotonu a pracą wyjścia. Energia fotonu nie może być mniejsza od pracy wyjścia elektronu z fotokatody. Długość fali musi spełniać nierówność.	1
$h \frac{c}{\lambda} \geq W_{\text{wyjścia}} ; h\nu \geq 4,4 \cdot 10^{-19} \text{ J}$	
32.3 Stwierdzenie, że elektron porusza się ruchem przyspieszonym po linii prostej. Uwaga: Podanie w odpowiedzi ruch jednostajnie przyspieszony jest niepoprawne.	1
Podanie uzasadnienia. Elektron porusza się pod wpływem zmiennej siły pola elektrycznego (wzdłuż linii tego pola).	1
32.4 Obliczenie wartości oporu opornika.	1
$R = 2 \text{ M}\Omega$	
Obliczenie wartości siły elektromotorycznej.	1
$\mathcal{E} = 6 \text{ V}$	
Udzielenie odpowiedzi przeczącej wraz z uzasadnieniem. Zależność na wykresie nie jest liniowa.	1
Uwaga 1: Zaliczamy inne równoważne odpowiedzi.	
Uwaga 2: Zaliczamy również odpowiedź „wzrost $\mathcal{E}$ powoduje proporcjonalny wzrost I w obwodzie” pod warunkiem, że zdający w uzasadnieniu „odwoła się” do prostoliniowej części wykresu.	1

Zadanie 25. Fotoefekt (10 pkt)

W pracowni fizycznej wykonano doświadczenie mające na celu badanie zjawiska fotoelektrycznego i doświadczalne wyznaczenie wartości stałej Plancka. W oparciu o wyniki pomiarów sporządzono poniższy wykres. Przedstawiono na nim zależność maksymalnej energii kinetycznej uwalnianych elektronów od częstotliwości światła padającego na fotokomórkę.

Odp.



25.1 (1 pkt)

Odczytaj z wykresu i zapisz wartość częstotliwości granicznej promieniowania dla tej fotokatody.

Odp.

Wartość częstotliwości granicznej promieniowania jest równa $4,84 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$.

25.2 (2 pkt)

Oblicz, korzystając z wykresu, pracę wyjścia elektronów z fotokatody. Wynik podaj w elektronowoltach.

Odp.

$$h \cdot \nu = W + \left(\frac{mv^2}{2} \right)_{\max}$$

Dla energii kinetycznej fotoelektronów równej 0, $W = h \cdot \nu$,

zatem odczytując z wykresu wartość $\nu = 4,84 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$, otrzymamy

$$W = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot 4,84 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

$$W = 3,21 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$W \approx 2 \text{ eV}$$

25.3 (3 pkt)

Oblicz doświadczalną wartość stałej Plancka, wykorzystując tylko dane odczytane z wykresu oraz zależność $h \cdot \nu = W + E_k$.

Odp.

Po odjęciu stronami układu równań $\begin{cases} h\nu_1 = W + E_{k1} \\ h\nu_2 = W + E_{k2} \end{cases}$ otrzymamy

$$h(\nu_1 - \nu_2) = E_{k1} - E_{k2}$$

$$h = \frac{E_{k1} - E_{k2}}{\nu_1 - \nu_2}$$

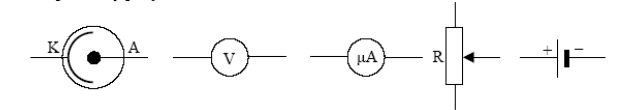
$$h = \frac{9,6 \cdot 10^{-19} \text{ J} - 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{19,34 \cdot 10^{14} \text{ Hz} - 9,67 \cdot 10^{14} \text{ Hz}}$$

$$h = \frac{6,4 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{9,67 \cdot 10^{14} \text{ Hz}}$$

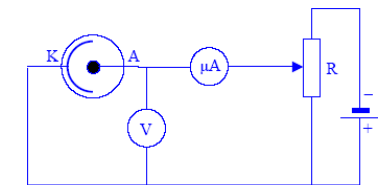
$$h \approx 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$

25.4 (4 pkt)

Narysuj schemat układu elektrycznego pozwalającego wyznaczyć doświadczalnie wartość napięcia hamowania fotoelektronów. Masz do dyspozycji elementy przedstawione poniżej oraz przewody połączeniowe.



Odp.



Zadanie 26. Fotokomórka (9 pkt)

Natężenie prądu elektrycznego płynącego w obwodzie fotokomórki wynosi 0,1 mA, gdy na pokrytą litem fotokatodę pada fala elektromagnetyczna o długości $\lambda = 337,1$ nm emitowana przez laser azotowy. Praca wyjścia elektronów z litu wynosi 2,4 eV.

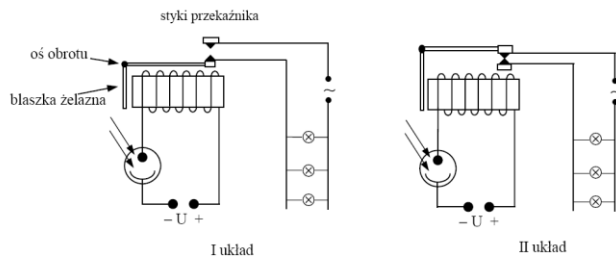
- Oblicz maksymalną wartość prędkości elektronów po wyjściu z fotokatody. Wynik podaj w m/s.
- Oblicz wartość napięcia hamowania, przy którym ustaje przepływ elektronów wybijanych z fotokatody.
- Oblicz moc wiązki laserowej opisanej w zadaniu. Przyjmij, że wszystkie wyemitowane z katody elektrony docierają do anody, oraz że każdy foton wybija jeden elektron.

Odp.

a)	Zastosowanie wzoru Einsteina Millicana. $E_f = W + E_k$	1	3	Dopuszczalne są zaokrąglenia obliczonych wartości.
	Podstawienie odpowiednich wzorów. $E_f = \frac{h \cdot c}{\lambda}$	1		
	Obliczenie i podanie wartości prędkości fotoelektronów. $v = \sqrt{\frac{2}{m} \cdot \left(\frac{h \cdot c}{\lambda} - W \right)}$ $v \approx 6,7 \cdot 10^5 \frac{m}{s}$	1		
	Zastosowanie zasady zachowania energii. $W_{el} = \Delta E_k$	1		
b)	Obliczenie i podanie wartości napięcia hamowania. $U = \frac{m \cdot v^2}{2 \cdot e} \quad U \approx 1,3 \text{ V}$	1	2	
c)	Zastosowanie wzoru na moc. $P = \frac{W}{\Delta t}$	1		
	Zapisanie wzoru na energię fotonów. $W = N \cdot E_f = N \cdot \frac{h \cdot c}{\lambda}$	1		
	Zastosowanie definicji natężenia prądu oraz związku ilości elektronów z wartością ładunku do wyznaczenia ilości fotonów. $I = \frac{Q}{\Delta t} \quad Q = N \cdot e \quad N = \frac{I \cdot \Delta t}{e}$	1	4	
	Obliczenie mocy wiązki laserowej. $P = \frac{I \cdot h \cdot c}{e \cdot \lambda}$ $P \approx 0,37 \cdot 10^{-3} \text{ W} \quad \text{lub} \quad P \approx 0,37 \text{ mW}$	1		

Zadanie 26. (11 pkt) FOTOKOMÓRKA

Po lekcji o budowie i zasadzie działania fotokomórki nauczyciel fizyki polecił uczniom zaprojektowanie układu, który włączyłby oświetlenie, kiedy zapada zmrok i wyłączał, kiedy zaczyna się dzień. Adam zaprojektował I układ, a Alek II układ. Poniższy rysunek przedstawia oba układy. Opis przy układzie I dotyczy także układu II.



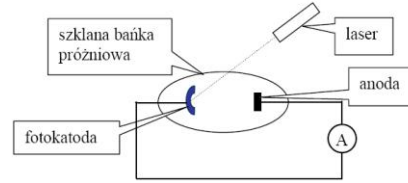
- (4 pkt) Napisz, który z układów działa zgodnie z założeniami. Opisz działanie obu układów, gdy światło świeci na fotokomórkę i gdy przestaje świecić.
- (3 pkt) Katoda fotokomórki pokryta jest cezem, dla którego praca wyjścia elektronu wynosi 2 eV. Wykaż, że światło o długości fali $\lambda < 600$ nm (a więc światło widzialne) spowoduje działanie takiej fotokomórki.
- (2 pkt) Napięcie w obwodzie z żarówkami ma wartość skuteczną równą 230 V. Oblicz maksymalną wartość napięcia między zaciskami żarówek.
- (2 pkt) W obwodzie włączono 3 żarówki o mocy 100 W każda. Oblicz skuteczne natężenie prądu płynącego między stykami przełącznika.

Odp.

	Napisanie, że jeżeli światło świeci na fotokomórkę, to w wyniku zjawiska fotoelektrycznego płynie w obu układach prąd elektryczny powodujący wytworzenie pola magnetycznego w rdzeniu.	1
	Napisanie, że w wyniku przepływu prądu żelazna blaszka zostanie w obu układach przyciągnięta do rdzenia.	1
a)	Napisanie, że w efekcie w układzie I styki przełącznika zamkną obwód i żarówki będą świecić. W układzie II styki przełącznika otworzą obwód i żarówki przestaną świecić.	1
	Stwierdzenie, że zgodnie z założeniami działa tylko obwód II – kiedy jest jasno, to żarówki nie świecą.	1
	Obliczenie, że praca wyjścia 2 eV to $3,2 \cdot 10^{-19}$ J.	1
b)	Uzyskanie zależności $\lambda_g = \frac{hc}{W}$ i podstawienie odp. wartości	1
	Obliczenie $\lambda_g \approx 620$ nm	1
	Napisanie, że $U_0 = \sqrt{2} \cdot U_{sk}$	1
c)	Obliczenie $U_{sk} \approx 325$ V	1
	Uzyskanie zależności $I_{sk} = P_{call}/U_{sk}$	1
d)	Obliczenie $I_{sk} \approx 1,3$ A	1

FOTOKOMÓRKA

Na rysunku przedstawiono schemat fotokomórki.



Fotokomórka składa się ze szklanej bańki próżniowej, we wnętrzu której znajdują się dwie elektrody, do których może być podłączone źródło napięcia. Wiązka fotonów emitowanych przez laser pada na elektrodę zwaną fotokatodą. Foton padając na fotokatodę oddaje jej całą swoją energię. Energia ta zostaje wykorzystana na wykonanie tzw. pracy wyjścia, w wyniku której elektron zostaje wybit z fotokatody oraz nadanie elektronowi energii kinetycznej. Zjawisko to nosi nazwę efektu fotoelektrycznego zewnętrznego. Wyemitowane w zjawisku fotoelektrycznym elektrony docierają do anody powodując przepływ prądu w tym obwodzie. Po wyłączeniu lasera przepływ prądu ustaje. Przepływ prądu ustaje także po podłączeniu do elektrod tzw. napięcia hamowania. Wówczas elektrony tracą swoją energię kinetyczną w wyniku wykonania pracy przeciw siłom pola elektrycznego i powracają do katody. W jednej z fotokomórek fotokatoda wykonana jest z litu. Praca wyjścia dla litu wynosi 2,4 eV. Na fotokatodę (patrz rysunek) pada fala elektromagnetyczna o długości fali 337,1 nm emitowana przez laser azotowy. Amperomierz wskazuje, że w obwodzie tej fotokomórki płynie prąd o natężeniu 0,1 mA.

Zadanie 34 (1 pkt)

Wyjaśnij krótko, na czym polega zjawisko fotoelektryczne zewnętrzne.

Zadanie 35 (2 pkt.)

Ustal, czy następujące stwierdzenie jest prawdziwe: *Wzór Einsteina $h\nu = W + \frac{mv^2}{2}$, opisujący efekt fotoelektryczny, potwierdza słuszność zasady zachowania energii.* Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 36 (4 pkt.)

Oblicz energię pojedynczego fotonu emitowanego przez laser. Wynik podaj w eV.

Zadanie 37 (4 pkt.)

Oblicz maksymalną wartość prędkości elektronów po wyjściu z fotokatody. Wynik podaj w m/s. Przyjmij, że energia fotonu wynosi 3,7 eV.

Zadanie 38 (2 pkt.)

Oblicz wartość napięcia hamowania, przy którym ustaje przepływ elektronów wybijanych z atomów litu w fotokomórze. Przyjmij, że energia fotonu wynosi 3,7 eV.

Zadanie 39 (3 pkt.)

Oblicz liczbę fotonów padających na fotokatodę w ciągu jednej sekundy. Przyjmij, że wszystkie wyemitowane z katody elektrony docierają do anody, oraz że każdy foton wybija jeden elektron.

Zadanie 40 (4 pkt.)

Zaznacz w tabeli te lasery, które nie wywołują zjawiska fotoelektrycznego w opisaney fotokomórze. Odpowiedź uzasadnij, wykominając odpowiednie obliczenia.

Lp	Nazwa lasera	Długość fali elektromagnetycznej emitowanej przez laser [nm]	Wpisz tak lub nie
1	helowo-ksenonowy	2026	
2	szafirowy	694,3	
3	kryptonowo-fluorowy	248	
4	fluoresceinowy	210	

Zadanie 41 (3 pkt.)

Oblicz moc wiązki laserowej przyjmując, że ilość fotonów emitowanych przez laser w ciągu sekundy wynosi $1,7 \cdot 10^{19}$. Przyjmij energię każdego fotonu równą 3,7 eV. Wynik podaj w watach.

Odp.

Zadanie 34 (1 punkt)

- stwierdzenie, że w wyniku zachodzenia zjawiska fotoelektrycznego emitowane są elektrony z katody lub w obwodzie zaczyna płynąć prąd – **1 punkt**

Zadanie 35 (2 punkty)

- podanie odpowiedzi: *stwierdzenie jest prawdziwe* – **1 punkt**
- podanie uzasadnienia: energia fotonu jest wykorzystywana na pracę wyjścia elektronu z metalu i nadanie elektronowi energii kinetycznej – **1 punkt**

Zadanie 36 (4 punkty)

- zastosowanie wzoru na energię fotonu – **1 punkt**
- zastosowanie wzoru na długość fali – **1 punkt**
- obliczenie energii fotonu ($5,9 \cdot 10^{-19}$ J) – **1 punkt**
- obliczenie energii w elektronowoltach (3,69 eV) – **1 punkt**

Zadanie 37 (4 punkty)

- zastosowanie zasady zachowania energii – **1 punkt**
- podstawienie odpowiednich danych liczbowych – **1 punkt**
- obliczenie i zamiana jednostek – **1 punkt**
- podanie wyniku wraz z jednostką ($6,8 \cdot 10^5$ m/s) – **1 punkt**

Zadanie 38 (2 punkty)

- zastosowanie zasady zachowania energii – **1 punkt**
- podanie wyniku wraz z jednostką (1,3 V) – **1 punkt**

Zadanie 39 (3 punkty)

- zastosowanie wzoru na natężenie prądu – **1 punkt**
- zauważenie, że $q = ne$ – **1 punkt**
- podanie wyniku – **1 punkt**

Zadanie 40 (4 punkty)

- zauważenie, że zjawisko fotoelektryczne zachodzi, gdy energia fotonu jest większa lub równa pracy wyjścia – **1 punkt**
- obliczenie λ_{gr} lub energii fotonów światła emitowanego przez poszczególne lasery i porównanie jej z pracą wyjścia – **1 punkt**
- podanie trzech poprawnych odpowiedzi – **1 punkt**
- podanie czwartej poprawnej odpowiedzi – **1 punkt**

Zadanie 41 (3 punkty)

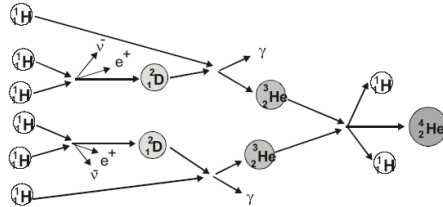
- zastosowanie wzoru na moc – **1 punkt**
- obliczenie lub zapisanie wzoru na całkowitą energię fotonów – **1 punkt**
- podanie wyniku wraz z jednostką (10 W) – **1 punkt**

Zadanie 27. (energia Słońca)

Słońce – nasza dzienna gwiazda jest gigantyczną kulą rozżarzonej plazmy. Wodór stanowi 73% jej składu chemicznego, a hel - 25%. Dlatego wewnątrz Słońca znajduje się najwięcej protonów (jąder wodoru) i cząstek α (jąder helu). Te pierwsze są produktem wyjściowym syntezy jądrowej, a drugie - produktem finalnym tej reakcji.

Aby dwa protony mogły ulec syntezie, cząstki muszą znaleźć się w odległości około 10^{-15} m od siebie. Zbliżenie jąder na taką odległość jest utrudnione, gdyż pomiędzy nimi występują siły elektrostatycznego odpychania. Czynnikiem sprzyjającym zachodzeniu reakcji między jądrami wodoru oraz helu jest wysoka temperatura panująca w jądrze Słońca.

Najbardziej energetycznym typem reakcji zachodzącym w Słońcu jest cykl protonowy, którego schemat przedstawiono na rysunku poniżej.



Wydzielona podczas tego cyklu energia ma wartość $4 \cdot 10^{-12}$ J.

Odbiorcami energii wyprodukowanej w słonecznym piecu jądrowym są wszystkie ciała Układu Słonecznego. Ziemia - trzecia planeta słonecznej rodziny, obiegająca w ciągu roku orbitę okołosłoneczną o promieniu 1 jednostki astronomicznej ($1,5 \cdot 10^{11}$ m) - otrzymuje siedem razy mniej tej energii niż Merkury. Do największej planety naszego układu - Jowisza, obiegającego Słońce w odległości 5 jednostek astronomicznych – dociera jej bardzo mało, dlatego temperatura na powierzchni tej planety mieści się w przedziale (-140°C , -100°C).

Zadanie 27.1. (2 pkt)

Przeanalizuj tekst i napisz, czy poniższe zdanie mogłoby znaleźć się w treści zadania. Odpowiedź uzasadnij, nie wykonując rachunków.

Siły grawitacji między protonami znajdującymi się wewnątrz Słońca przyczyniają się do zbliżania tych cząstek do siebie na bardzo małe odległości.

Zadanie 27.2. (4 pkt)

Zakładamy, że średnia energia kinetyczna każdego protonu, biorącego udział w reakcji syntezy, może być zapisana wzorem:

$$E_{kin} = C \cdot T, \text{ gdzie } C = 2,07 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}, T - \text{temperatura w K}$$

Oszacuj rząd wielkości temperatury, w której dwa odosobnione protony mogą zbliżyć się do siebie, pokonując elektrostatyczną barierę potencjału. Przyjmij, że stała

$$\text{elektrostatyczna } k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}.$$

Zadanie 27.3. (3 pkt)

Częścią składową cyklu protonowego (rys.) jest reakcja zamiany deuteru ${}^2_1\text{D}$ w hel ${}^3_2\text{He}$. Napisz równanie tej reakcji i oblicz energię wydzieloną podczas tej reakcji. Masa wodoru wynosi $1,6726 \cdot 10^{-27}$ kg, masa deuteru $3,3434 \cdot 10^{-27}$ kg, masa izotopu helu ${}^3_2\text{He}$ $5,0066 \cdot 10^{-27}$ kg.

Zadanie 27.4. (3 pkt)

Oblicz okres obiegu Jowisza wokół Słońca.

Odp.

zadanie 27.1.

Siły grawitacji są dużo mniejsze od odpychających sił elektrostatycznych dla dwóch protonów, dlatego nie mogą one być odpowiedzialne za zbliżanie się protonów do siebie. Zdanie zawarte w zadaniu jest fałszywe.

Można to udowodnić (**ale nie jest to wymagane**):

$$m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}, G = 6,6 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2}$$

Korzystamy z prawa powszechnej grawitacji i prawa Coulomba :

$$F_g = \frac{Gm^2}{r^2} \quad \text{oraz} \quad F_e = \frac{ke^2}{r^2}$$

$$\frac{F_g}{F_e} = \frac{Gm^2}{ke^2} = 0,8 \cdot 10^{-36}$$

Siła grawitacji w stosunku do siły elektrycznej jest zbyt mała, aby mogła powodować zbliżanie się protonów.

zadanie 27.2.

Z tekstu odczytujemy odległość protonów $r = 10^{-15}$ m.

Energia kinetyczna dwóch protonów wyraża się wzorem $E_{kin} = 2CT$

$$\text{a potencjalna: } E_p = \frac{ke^2}{r}$$

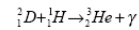
Porównujemy energie:

$$2CT = \frac{ke^2}{r}$$

$$T = \frac{ke^2}{2Cr} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (1,6)^2 \cdot 10^{-38}}{4,14 \cdot 10^{-23} \cdot 10^{-15}} = 5,57 \cdot 10^9 \text{ K}$$

zadanie 27.3.

Po przeanalizowaniu rysunku piszemy równanie reakcji syntezy deuteru w hel:



obliczamy różnicę mas jąder na początku i końcu reakcji:

$$M_x = 5,0160 \cdot 10^{-27} \text{ kg}; \quad M_y = 5,0066 \cdot 10^{-27} \text{ kg};$$

$$\Delta M = 0,0094 \cdot 10^{-27} \text{ kg};$$

Obliczamy ilość energii wydzielonej podczas reakcji:

$$E = c^2 \Delta M = 0,846 \cdot 10^{-11} \text{ J}$$

zadanie 27.4.

Korzystamy z III prawa Keplera:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$

odczytujemy z tekstu $a_1 = 1$ j.a.; $a_2 = 5$ j.a.; $T_1 = 1$ rok

$$T_2 = \sqrt{\frac{T_1^2 \cdot a_2^3}{a_1^3}} = 11,2 \text{ lat}$$

Zadanie 31. Syriusz (14 pkt)

Zimą najjaśniejszą gwiazdą naszego nocnego nieba jest Syriusz. Pod tą nazwą kryje się układ dwóch gwiazd poruszających się wokół wspólnego środka masy. Syriusz A jest gwiazdą ciągu głównego, a Syriusz B jest białym karłem i nie można go zobaczyć gołym okiem.

31.1 (2 pkt)

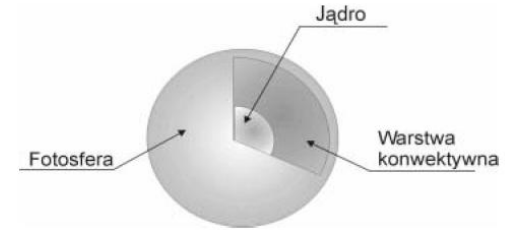
Na podstawie tekstu i własnej wiedzy wymień dwie charakterystyczne cechy białych karłów.

31.2 (3 pkt)

Średnia gęstość Syriusza B wynosi $2,4 \cdot 10^9 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, a jego promień $5,9 \cdot 10^6$ m. Oblicz wartość przyspieszenia grawitacyjnego na powierzchni Syriusza B, pomijając wpływ Syriusza A.

31.3 (2 pkt)

Na rysunku przedstawiono budowę wnętrza Syriusza A.

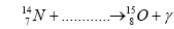


Energia zawarta w jądrze gwiazdy transportowana jest na powierzchnię przez warstwę konwektywną, a z powierzchni fotosfery wypromieniowana w przestrzeń kosmiczną. Zapis, czym różni się transport energii w wyniku konwekcji od transportu poprzez promieniowanie.

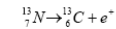
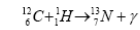
31.4 (3 pkt)

Głównym źródłem energii Syriusza A są reakcje termojądrowe polegające na zamianie wodoru w hel za pośrednictwem węgla i tlenu (tzw. cykl CNO).

a. Uzupełnij równanie reakcji będącej częścią cyklu CNO.

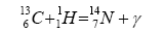


b. Poniżej zamieszczono równania dwóch przemian jądrowych cyklu CNO. Obok równań reakcji zapisz nazwę tego typu procesu jądrowego.



31.5 (4 pkt)

W zachodzącym w jądrze Syriusza A cyklu CNO najwięcej energii wydela się podczas reakcji zamiany węgla w azot.



Oblicz, ile jąder węgla w Syriuszu A musiałoby ulec tego typu reakcji, by wytworzona energia mogła w normalnych warunkach stopić 1 g lodu. Ciepło topnienia lodu wynosi $3,34 \cdot 10^5$ J/kg. Masy jąder wodoru, węgla i azotu mają wartości odpowiednio równe: $m_H = 1,673 \cdot 10^{-27}$ kg, $m_C = 21,586 \cdot 10^{-27}$ kg, $m_N = 23,245 \cdot 10^{-27}$ kg

Odp.

Proponowana odpowiedź:

Cechy charakterystyczne białych karłów:

duża gęstość, małe rozmiary, wysoka temperatura, mała moc promieniowania...

Za prawidłowe wypisanie dwóch cech – 2 punkty.

Za wypisanie jednej cechy – 1 punkt.

Wyznaczenie przyspieszenia grawitacyjnego na powierzchni Syriusza B.

$$a_g = \frac{GM}{r^2}$$

Wyznaczenie masy Syriusza B.

$$M = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi r^3$$

Obliczenie wartości przyspieszenia grawitacyjnego.

$$a_g = 4 \cdot 10^6 \text{ m/s}^2$$

W zjawisku konwekcji przekaz energii jest wynikiem przemieszczania się materii, natomiast podczas promieniowania transportowana jest jedynie energia a jej nośnikiem są fale elektromagnetyczne.	
Opisanie zjawiska konwekcji.	1
Opisanie na czym polega emisja energii poprzez promieniowanie.	1
Uzupełnienie reakcji jądrowej (można zapisać ${}^1_1H, H, p$): ${}^{14}_7N + {}^1_1p \rightarrow {}^{15}_8O + \gamma$	1
Prawidłowe opisanie reakcji jako reakcji syntezy.	1
Prawidłowe opisanie reakcji jako reakcji rozpadu.	1
Obliczenie ciepła przemiany fazowej. $Q = mL = 334 \text{ J}$	1
Wyznaczenie niedoboru masy reakcji. $\Delta M = m_c + m_h - m_n$	1
Porównanie ciepła przemiany fazowej i energii wydzielonej w reakcjach jądrowych. $mL = n(m_c + m_H - m_N) \cdot c^2$	1
Obliczenie liczby jąder. $n \approx 2,65 \cdot 10^{14}$	1

Zadanie 28. Sonda Pioneer (9 pkt)

Pod koniec kwietnia wielki radioteleskop w Madrycie wykrył słaby sygnał sztucznego pochodzenia z kierunku konstelacji Byka. To nie kosmici. Odezwała się sonda Pioneer 10, która z niewiadomych przyczyn milczała, od osmiu miesięcy. [...]
Sygnał miał moc słabszą niż miliardowa (10^9) część bilionowej (10^{12}) części wata. Leciał do Ziemi prawie 11 godzin. To dlatego, że Pioneer 10 zawędrował już bardzo daleko - jest dziś w odległości dwa razy większej od Słońca niż planeta Pluton, czyli ok. 11,2 mld km. [...]
Tera: Pioneer 10 leci z prędkością 13 km/s w kierunku czerwonej gwiazdy Aldebaran w konstelacji Byka, która jest oddalona o 71 lat świetlnych i 155 razy jaśniejsza niż nasze Słońce. Sonda zmaga się tylko z upływem czasu. - Nasza gwarancja skończyła się już po 21 miesiącach, a dziś upływa 28. rok działania sondy - mówi szef misji Larry Lasher z NASA. Pioneer 10 jest zasilany przez radioaktywny pluton-238. Rozpad plutonu generuje ciepło, zamieniane potem na elektryczność. Pluton wprawdzie rozpada się dość wolno - połowa paliwa znika po 92 latach, ale szybciej ulegają degradacji elementy, które przekształcają ciepło w prąd elektryczny....

(na podstawie: Piotr Cieśliński, Więści z daleka. Gazeta Wyborcza 4 maja 2001 r.)

28.1 (4 pkt)

Oszacuj czas (w latach) potrzebny na dotarcie sondy z Ziemi w pobliże orbity Plutona oraz czas podróży w pobliże gwiazdy Aldebaran. Odpowiedź uzasadnij obliczeniami. Przyjmij, że wartość prędkości sondy jest stała.

28.2 (1 pkt)

Poniższy diagram ma przedstawiać ciąg przemian energetycznych związanych z wysłaniem informacji przez sondę *Pioneer 10*. Uzupełnij diagram, wpisując w puste ramki rodzaj energii.

28.3 (4 pkt)

Stosowany do zasilania sondy *Pioneer 10* izotop promieniotwórczy ${}^{238}_{94}\text{Pu}$ rozpada się na ${}^{234}_{92}\text{U}$. Z kolei uran rozpada się na ${}^{230}_{90}\text{Th}$ (czas połowicznego rozpadu uranu około $2,5 \cdot 10^5$ lat). Energie wydzielane w tych dwóch przemianach promieniotwórczych nie różnią się znacząco. Uran mógłby więc stanowić nowe źródło energii.

- a) Jaka cząstka wyzwała się w czasie rozpadu plutonu, a jaka w czasie rozpadu uranu? Zapisz te reakcje. (1 pkt)
- b) Oszacuj stosunek mocy wydzielanej przez próbki plutonu – 238 i uranu – 234, zawierające takie same liczby jąder. Czy powstający na pokładzie *Pioneera 10* uran mógłby stanowić dla sondy nowe wydajne źródło energii? Odpowiedź uzasadnij. (3 pkt)

Odp.

28.1	Obliczenie odległości od Plutona: $s_{\text{Plutona}} = 0,5 \cdot 11,2 \cdot 10^9 \text{ km} = 5,6 \cdot 10^9 \text{ km}$	1	28.2	Wpisanie we właściwej kolejności rodzajów energii: jądrowa $\rightarrow$ ciepła $\rightarrow$ elektryczna $\rightarrow$ $\rightarrow$ elektromagnetyczna	1
	Obliczenie czasu potrzebnego sondzie na dotarcie do Plutona: $t_{\text{plutona}} = 43 \cdot 10^7 \text{ s} \approx 13,6 \text{ roku}$	1			
	Obliczenie odległości od Aldebarana: $s_{\text{Aldebarana}} = 71 \text{ lat świetlnych} = 6717168 \cdot 10^8 \text{ km}$	1			
	Obliczenie czasu potrzebnego sondzie na dotarcie do Aldebarana: $t_{\text{Aldebarana}} = 5167052 \cdot 10^7 \text{ s} \approx 164 \cdot 10^4 \text{ lat}$	1			
28.3 a)	Zapisanie reakcji: ${}^{238}_{94}\text{Pu} \rightarrow {}^{234}_{92}\text{U} + {}^4_2\text{He}$ ${}^{234}_{92}\text{U} \rightarrow {}^{230}_{90}\text{Th} + {}^4_2\text{He}$	1	28.3 b)		
	Za oszacowanie stosunku mocy $\frac{P_{\text{Pu}}}{P_{\text{U}}} \approx 2500$	1			
	Za stwierdzenie, że uran nie może być wydajnym źródłem energii.	1			
	Uzasadnienie, że moc dla uranu jest mniejsza od mocy dla plutonu.	1			
			3	Dopuszcza się uzasadnienie, że czas połowicznego rozpadu jest dla uranu znacznie większy niż dla plutonu.	

5.4 (2 pkt)

Cząstki α lub β powstają między innymi w wyniku samorzutnych rozpadów jąder atomowych. Napisz schemat rozpadu jądra ${}^A_Z\text{X}$, w wyniku którego powstaje cząstka α oraz schemat rozpadu w wyniku którego powstaje cząstka β .

1.
2.

5.5 (2 pkt)

Zapisz nazwy dwóch zasad zachowania, z których korzystamy przy zapisywaniu tych schematów.

Odp.

5.4	Zapisanie równania reakcji ${}^A_Z\text{X} \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}\text{Y} + {}^4_2\text{He}$.	1
	Zapisanie równania reakcji ${}^A_Z\text{X} \rightarrow {}^A_{Z+1}\text{Y} + {}^0_{-1}\text{e}$.	1
5.5	Podanie nazwy - zasada zachowania ładunku .	1
	Podanie nazwy - zasada zachowania liczby nukleonów .	1

Zadanie 27. (Stała słoneczna)

Ziemia oświetlana jest promieniowaniem elektromagnetycznym pochodzącym ze Słońca. W odległości równej promieniowi orbity Ziemi, czyli $R = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}$, na powierzchnię 1 m^2 prostopadłą do kierunku rozchodzenia się promieni słonecznych pada w ciągu jednej sekundy energia 1340 J . (Jest to wartość tak zwanej stałej słonecznej). Energia słoneczna pochodzi z reakcji jądrowych zachodzących we wnętrzu Słońca. Końcowym rezultatem tych reakcji jest powstawanie jądra helu (cząstki α) oraz dwóch pozytonów (cząstek e^+) z czterech protonów: $p + p + p + p \Rightarrow \alpha + e^+ + e^+$

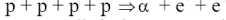
Uwaga. Powyżej przedstawiona reakcja syntezy jest reakcją uproszczoną. Masa protonu $= 1,0073$ jednostki masy atomowej, masa cząstki $\alpha = 4,0015$ jednostki masy atomowej, a masa pozytonu $= 5 \cdot 10^{-4}$ jednostki masy atomowej. Jednostka masy atomowej $= 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.

27.1 (0-3 pkt)

Oblicz, ile energii emituje Słońce w ciągu 1 sekundy. Pomiń straty energii w atmosferze Słońca. Pamiętaj, że energia emitowana jest równomiernie we wszystkich kierunkach.

27.2 (0-5 pkt)

Zakładając, że reakcja syntezy jądrowej zachodzi według wyżej opisanego schematu:



oblicz w kilogramach niedobór masy, czyli różnicę mas cząstek wchodzących do reakcji i produktów reakcji.

Pamiętając o równoważności masy i energii, znajdź energię wytwarzaną w tej reakcji. Wyraż tę energię w dżulach (J) i megaelektronowoltach (MeV).

27.3 (0-2pkt)

Oblicz, ile takich reakcji zachodzi na sekundę w Słońcu. Przyjmij, że energia docierająca do Ziemi jest wytwarzana tylko w wyniku takich reakcji.

27.4 (0-2pkt)

Jaka masa zamienia się w energię na Słońcu w czasie jednej sekundy?

Odp.

27.1	Całkowita energia wypromieniowana przez Słońce w ciągu jednej sekundy wynosi: $E_c = 4 \pi R^2 \cdot 1340 \text{ J}$	1
	Za poprawną selekcję danych	1
	Po obliczeniach $E_c = 3,79 \cdot 10^{26} \text{ J}$.	1
27.2	Niedobór masy $\Delta m_1 = 4 \cdot 1,0073 - 4,0015 - 2 \cdot 0,0005 = 0,0267$ atomowej jednostki masy.	1
	W kilogramach niedobór masy wynosi: $\Delta m = 0,0267 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 4,43 \cdot 10^{-29} \text{ kg}$	1
	Za poprawną selekcję danych	1
	Wydzielona energia w wyniku reakcji syntezy: $\Delta E = \Delta mc^2 = 3,99 \cdot 10^{12} \text{ J}$	1
27.3	W megaelektronowoltach: $\Delta E = \Delta m_1 \cdot 931,5 \frac{\text{MeV}}{c^2} \cdot c^2 \approx 24,9 \text{ MeV}$	1
	Aby uzyskać obliczoną poprzednio ilość energii emitowaną przez Słońce, liczba reakcji na sekundę wyniesie: $n = E_c / \Delta E$	1
	$n = 3,79 \cdot 10^{26} \text{ J} / 3,99 \cdot 10^{12} \text{ J} = 0,95 \cdot 10^{38}$	1
27.4	Masa zamieniana na Słońcu w energię podczas każdej sekundy jest równa: $M_R = \Delta m \cdot n$	1
	$M_R = 4,43 \cdot 10^{-29} \text{ kg} \cdot 0,95 \cdot 10^{38} = 4,21 \cdot 10^9 \text{ kg}$	1

Zadanie 31. Syriusz (14 pkt)

Zimą najjaśniejszą gwiazdą naszego nocnego nieba jest Syriusz. Pod tą nazwą kryje się układ dwóch gwiazd poruszających się wokół wspólnego środka masy. Syriusz A jest gwiazdą ciągu głównego, a Syriusz B jest białym karłem i nie można go zobaczyć gołym okiem.

31.1 (2 pkt)

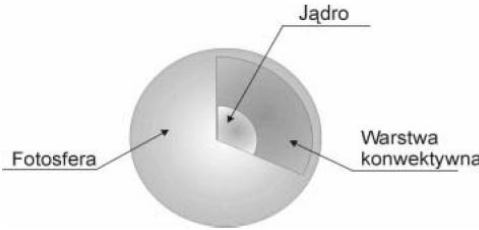
Na podstawie tekstu i własnej wiedzy wymień dwie charakterystyczne cechy białych karłów.

31.2 (3 pkt)

Średnia gęstość Syriusza B wynosi $2,4 \cdot 10^9 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, a jego promień $5,9 \cdot 10^6 \text{ m}$. Oblicz wartość przyspieszenia grawitacyjnego na powierzchni Syriusza B, pomijając wpływ Syriusza A.

31.3 (2 pkt)

Na rysunku przedstawiono budowę wnętrza Syriusza A.

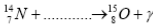


Energia zawarta w jądrze gwiazdy transportowana jest na powierzchnię przez warstwę konwektywną, a z powierzchni fotosfery wypromieniowana w przestrzeń kosmiczną. Zapisz, czym różni się transport energii w wyniku konwekcji od transportu poprzez promieniowanie.

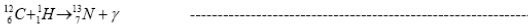
31.4 (3 pkt)

Głównym źródłem energii Syriusza A są reakcje termojądrowe polegające na zamianie wodoru w hel za pośrednictwem węgla i tlenu (tzw. cykl CNO).

- a. Uzupełnij równanie reakcji będącej częścią cyklu CNO.

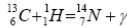


- b. Poniżej zamieszczono równania dwóch przemian jądrowych cyklu CNO. Obok równań reakcji zapisz nazwę tego typu procesu jądrowego.



31.5 (4 pkt)

W zachodzącym w jądrze Syriusza A cyklu CNO najwięcej energii wydziela się podczas reakcji zamiany węgla na azot.



Oblicz, ile jąder węgla w Syriuszu A musiałoby ulec tego typu reakcji, by wytworzona energia mogła w normalnych warunkach stopić 1 g lodu. Ciepło topnienia lodu wynosi $3,34 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$. Masy jąder wodoru, węgla i azotu mają wartości odpowiednio równe: $m_{\text{H}} = 1,673 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, $m_{\text{C}} = 21,586 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, $m_{\text{N}} = 23,245 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

Odp.

Proponowana odpowiedź:

Cechy charakterystyczne białych karłów:

duża gęstość, małe rozmiary, wysoka temperatura, mała moc promieniowania...

Za prawidłowe wypisanie dwóch cech – 2 punkty.

Za wypisanie jednej cechy – 1 punkt.

Wyznaczenie przyspieszenia grawitacyjnego na powierzchni Syriusza B.

$$a_g = \frac{GM}{r^2}$$

Wyznaczenie masy Syriusza B.	1
$M = \rho \cdot \frac{4}{3} \pi r^3$	
Obliczenie wartości przyspieszenia grawitacyjnego.	1
$a_g = 4 \cdot 10^6 \text{ m/s}^2$	
W zjawisku konwekcji przekaz energii jest wynikiem przemieszczania się materii, natomiast podczas promieniowania transportowana jest jedynie energia a jej nośnikiem są fale elektromagnetyczne.	
Opisanie zjawiska konwekcji.	1
Opisanie na czym polega emisja energii poprzez promieniowanie.	1
Uzupełnienie reakcji jądrowej (można zapisać ${}^1_1\text{H}, H, p$):	1
${}^{14}_7\text{N} + {}^1_1\text{p} \rightarrow {}^{15}_8\text{O} + \gamma$	
Prawidłowe opisanie reakcji jako reakcji syntezy.	1
Prawidłowe opisanie reakcji jako reakcji rozpadu.	1
Obliczenie ciepła przemiany fazowej.	1
$Q = mL = 334 \text{ J}$	
Wyznaczenie niedoboru masy reakcji.	1
$\Delta M = m_c + m_h - m_n$	
Porównanie ciepła przemiany fazowej i energii wydzielonej w reakcjach jądrowych.	1
$mL = n(m_c + m_h - m_n) \cdot c^2$	
Obliczenie liczby jąder.	1
$n \approx 2,65 \cdot 10^{14}$	

Zadanie 28. Sonda Pioneer (9 pkt)

Pod koniec kwietnia wielki radioteleskop w Madrycie wykrył słaby sygnał sztucznego pochodzenia z kierunku konstelacji Byka. To nie kosmici. Odezwała się sonda Pioneer 10, która z niewiadomych przyczyn milczała, od ośmiu miesięcy. [...]

Sygnał miał moc słabszą niż miliardowa (10^{-9}) część bilionowej (10^{-12}) części wata. Leciał do Ziemi prawie 11 godzin. To dlatego, że Pioneer 10 zawędrował już bardzo daleko - jest dziś w odległości dwa razy większej od Słońca niż planeta Pluton, czyli ok. 11,2 mld km. [...]

Teraz Pioneer 10 leci z prędkością 13 km/s w kierunku czerwonej gwiazdy Aldebaran w konstelacji Byka, która jest oddalona o 71 lat świetlnych i 155 razy jaśniejsza niż nasze Słońce. Sonda zmaga się tylko z upływem czasu. - Nasza gwarancja skończyła się już po 21 miesiącach, a dziś upływa 28. rok działania sondy - mówi szef misji Larry Lasher z NASA. Pioneer 10 jest zasilany przez radioaktywny pluton-238. Rozpad plutonu generuje ciepło, zamieniane potem na elektryczność. Pluton wprawdzie rozpada się dość wolno - połowa paliwa znika po 92 latach, ale szybciej ulegają degradacji elementy, które przekształcają ciepło w prąd elektryczny....

(na podstawie: Piotr Cieśliński, Wieści z daleka. Gazeta Wyborcza 4 maja 2001 r.)

28.1 (4 pkt)

Oszacuj czas (w latach) potrzebny na dotarcie sondy z Ziemi w pobliże orbity Plutona oraz czas podróży w pobliże gwiazdy Aldebaran. Odpowiedź uzasadnij obliczeniami. Przyjmij, że wartość prędkości sondy jest stała.

28.2 (1 pkt)

Poniższy diagram ma przedstawiać ciąg przemian energetycznych związanych z wysłaniem informacji przez sondę Pioneer 10. Uzupełnij diagram, wpisując w puste ramki rodzaj energii.

28.3 (4 pkt)

Stosowany do zasilania sondy Pioneer 10 izotop promieniotwórczy ${}^{238}_{94}\text{Pu}$ rozpada się na ${}^{234}_{92}\text{U}$. Z kolei uran rozpada się na ${}^{230}_{90}\text{Th}$ (czas połowicznego rozpadu uranu około $2,5 \cdot 10^5$ lat). Energie wydzielane w tych dwóch przemianach promieniotwórczych nie różnią się znacząco. Uran mógłby więc stanowić nowe źródło energii.

- a) Jaka cząstka wyzwała się w czasie rozpadu plutonu, a jaka w czasie rozpadu uranu? Zapisz te reakcje. (1 pkt)
- b) Oszacuj stosunek mocy wydzielanej przez próbki plutonu – 238 i uranu – 234, zawierające takie same liczby jąder. Czy powstający na pokładzie Pioneer 10 uran mógłby stanowić dla sondy nowe wydajne źródło energii? Odpowiedź uzasadnij. (3 pkt)

Odp.

	Obliczenie odległości od Plutona: $s_{\text{Plutona}} = 0,5 \cdot 11,2 \cdot 10^9 \text{ km} = 5,6 \cdot 10^9 \text{ km}$	1	
	Obliczenie czasu potrzebnego sondzie na dotarcie do Plutona: $t_{\text{Plutona}} = 43 \cdot 10^7 \text{ s} \approx 13,6 \text{ roku}$	1	
28.1	Obliczenie odległości od Aldebarana: $s_{\text{Aldebarana}} = 71 \text{ lat świetlnych} = 6717168 \cdot 10^8 \text{ km}$	1	
	Obliczenie czasu potrzebnego sondzie na dotarcie do Aldebarana: $t_{\text{Aldebarana}} = 5167052 \cdot 10^7 \text{ s} \approx 164 \cdot 10^4 \text{ lat}$	1	
28.2	Wpisanie we właściwej kolejności rodzajów energii: jądrowa $\rightarrow$ ciepła $\rightarrow$ elektryczna $\rightarrow$ elektromagnetyczna	1	
28.3 a)	Zapisanie reakcji: ${}^{238}_{94}\text{Pu} \rightarrow {}^{234}_{92}\text{U} + {}^4_2\text{He}$ ${}^{234}_{92}\text{U} \rightarrow {}^{230}_{90}\text{Th} + {}^4_2\text{He}$	1	
	Za oszacowanie stosunku mocy $\frac{P_{\text{Pu}}}{P_{\text{U}}} \approx 2500$	1	
	Za stwierdzenie, że uran nie może być wydajnym źródłem energii.	1	
28.3 b)	Uzasadnienie, że moc dla uranu jest mniejsza od mocy dla plutonu.	1	3
			Dopuszcza się uzasadnienie, że czas połowicznego rozpadu jest dla uranu znacznie większy niż dla plutonu.

Zadanie 23. Układ Słoneczny (6 pkt)

W tabeli przedstawiono względne wielkości charakteryzujące niektóre planety Układu Słonecznego.

Nazwa planety	Masa (w jednostkach masy Ziemi)	Promień planety (w jednostkach promienia Ziemi)	Odległość od Słońca (w jednostkach promienia orbity Ziemi)	„Rok” (w latach ziemskich)	„Doba” (w dobach ziemskich)
Merkury	0,05	0,38	0,39	0,24	59,00
Wenus	0,81	0,95	0,72	0,61	243,00
Ziemia	1	1	1	1	1
Mars	0,11	0,53	1,52	1,88	1,03
Jowisz	318	11,19	5,20	11,90	0,41
Saturn	95	9,43	9,54	29,90	0,43
Uran	14,6	3,85	19,18	84,00	0,72

Wykaż słuszność trzeciego prawa Keplera. W tym celu:

- a) Zapisz III prawo Keplera za pomocą wzoru. (1 pkt)
- b) Wykorzystując wzór wyrażający III prawo Keplera zapisz zmienne, jakie powinny znajdować się na ośiach układu współrzędnych, aby wykres funkcji mógł być linią prostą. (1 pkt)
- Oś 0X – Oś 0Y – (1 pkt)
- c) Wybierz z tabeli trzy planety, oblicz odpowiednie wartości, opisz i wyskaluj osie układu (na rysunku poniżej) oraz zaznacz punkty w narysowanym układzie współrzędnych. (2 pkt)
- d) Narysuj wykres funkcji. (1 pkt)
- e) Na podstawie otrzymanego wykresu przeprowadź uzasadnienie słuszności trzeciego prawa Keplera. (1 pkt)

Odp.

a)	Zapisanie wzorem III prawa Keplera. $\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{R_1^3}{R_2^3}$ lub $\frac{T_1^2}{R_1^3} = const$ lub $T_1^2 \sim R_1^3$	1	1	
b)	Wybór współrzędnych: 0X - R^3 , 0Y - T^2 (lub odwrotnie).	1	1	
c)	Wybór trzech planet i obliczenie dla nich wartości R^3 i T^2 .	1	2	Przyznajemy 1 pkt za dobór planet, jeżeli zaznaczone w układzie współrzędnych punkty nie nakładają się na siebie.
	Wyskalowanie osi współrzędnych i naniesienie punktów w układzie współrzędnych.	1		
d)	Narysowanie wykresu funkcji liniowej $T^2 \sim R^3$ (lub $R^3 \sim T^2$).	1	1	
e)	Uzasadnienie słuszności trzeciego prawa Keplera.	1	1	